

- Chariot automoteur
- Renversement
- Modélisation

► Jérôme REBELLE, Pierre MISTROT,  
Richard POIROT,  
INRS, département Ingénierie  
des équipements de travail

## DEVELOPMENT AND VALIDATION OF A NUMERICAL MODEL FOR PREDICTING FORKLIFT TRUCK TIP-OVER

The purpose of this paper is to present dynamic behaviour modelling performed for a forklift truck and validation of this model. The aim is to develop a permanent tool allowing not only common, but also critical driving situations (especially that of lateral overturning), to be simulated for this type of vehicle. The medium-term aim is to use this model as an aid to design, training and preparation of safety standards in view of reducing accidents relating to this machine, which still cause, on average, nearly 10 deaths each year.

This paper describes both the forklift truck mechanical model and the tyre model. A Pacejka's lateral tyre model was used and integrated into the forklift truck model. Forces and moments interacting between the wheels and the ground are therefore computed at all times. Test bench-measured data characteristic of the dynamic behaviour of several tyres were used to identify Pacejka's model parameters. We studied the limits of this model adapted in this case to tyres with characteristics different to those of the car sector.

Track testing was performed using a safe-testing forklift truck. The purpose of these tests was to measure trajectory characteristics (velocity, position, acceleration, slip angle) and compare these with model-based predictions, allowing validation of the robustness and accuracy of this model. Situations involving partial (up to 15°) tip-over were set up.

Quantities measured during testing were compared with calculation results obtained for identical driving configurations. There is close calculation/measurement correlation when performing a wide "J-turn" (with and without tip-over) when following circular or slalom trajectories. Calculation/measurement correlation is less good when the forklift truck performs a sharp "J-turn" for example. Model limits can be derived from the observations, data processing and calculations.

- Forklift truck
- Tip-over
- Modelling

# DÉVELOPPEMENT ET VALIDATION D'UN MODÈLE NUMÉRIQUE DE CHARIOT AUTOMOTEUR AFIN DE PRÉDIRE SON RENVERSEMENT

Cet article présente la modélisation effectuée du comportement dynamique d'un chariot automoteur et la validation de ce modèle. L'objectif était la construction d'un outil permettant de simuler des situations courantes de circulation de ce type de véhicule mais aussi de situations critiques, en particulier, celle d'un renversement latéral. Le but à moyen terme est l'utilisation de ce modèle en tant qu'outil d'aide à la conception, à la formation et à l'élaboration de normes de sécurité pour réduire les accidents liés à l'utilisation de cette machine qui fait encore, en moyenne, près de 10 morts chaque année en France.

Le modèle mécanique de chariot ainsi que le modèle de pneumatique sont décrits dans cet article. Un modèle de pneumatiques latéral de Pacejka a été utilisé et intégré au modèle de chariot. Ainsi, les forces et moments d'interaction entre les roues et la chaussée sont calculés à chaque instant. Des données mesurées sur banc expérimental, caractéristiques du comportement dynamique de plusieurs pneumatiques ont été utilisées pour identifier les paramètres du modèle de Pacejka. Les limites de ce modèle, adapté dans cette étude à des pneumatiques aux caractéristiques différentes de ceux du domaine automobile, ont été étudiées.

Des tests sur piste ont été réalisés avec un chariot d'essai sécurisé. Le but de ces essais était de mesurer les caractéristiques de la trajectoire (vitesses, positions, accélérations, angles de dérive), à comparer aux prédictions obtenues avec le modèle et permettant ainsi d'en valider la robustesse et la précision. Des situations de renversement partiel jusqu'à 15° ont été provoquées.

Les grandeurs mesurées pendant les essais sont comparées aux résultats de calculs obtenus pour des configurations de conduite identiques. Une bonne corrélation calculs/mesures est obtenue lors de la prise d'un virage en J large (avec et sans renversement), des trajectoires circulaires ou encore de slaloms. La corrélation calculs/mesures est moins bonne pour un virage très serré, lorsque le chariot effectue un quasi-demi-tour sur place, par exemple. Les observations, l'analyse des données et des calculs permettent de préciser les limites du modèle.

L'Institut national de recherche et de sécurité (INRS) est impliqué depuis 4 ans dans un projet (projet CEMaMo) qui vise à réduire les accidents liés aux machines mobiles et, plus particulièrement, ceux dus aux chariots automoteurs en porte-à-faux à conducteur porté, appelés aussi chariot élévateur.

En France, le parc actuel des chariots élévateurs est estimé entre 200 000 et 250 000 machines pour une population de l'ordre de 600 000 à 650 000 caristes. 60 % du parc est constitué d'engins d'une capacité inférieure ou égale à 2,5 tonnes. Pour les véhicules de manutention (chariots transporteurs, élévateurs et gerbeurs), les statistiques de la Caisse nationale de l'assurance maladie des travailleurs salariés (CNAMTS) dénombrent, sur la période 1992-2002, une moyenne annuelle de 8 300 accidents avec arrêt de travail dont 580 ayant provoqué une incapacité permanente (chiffres réactualisés de [1]). Parmi ces accidents, en moyenne, 10 salariés sont tués dans un accident mettant en cause un chariot élévateur (chiffres de la base EPICEA [2]). La moitié de ces décès est consécutive au renversement latéral de l'engin. En général, le cariste est éjecté de sa cabine et se trouve écrasé par la structure de protection du chariot. Ces chiffres ne sont pas exhaustifs et ne concernent que les salariés du régime général. Il faudrait y ajouter les artisans et les salariés des autres régimes (régime agricole, des mines, des fonctions publiques, etc.). Le coût direct de l'ensemble des accidents pour les entreprises est estimé à plus de 45 millions d'euros par an.

Sur le plan de la réglementation, chaque chariot élévateur mis sur le marché européen ou déjà en circulation doit être équipé d'une ceinture de sécurité (Article R-233-34 du code du travail français). C'est une obligation pour le fabricant qui auto-certifie ses machines. En revanche, dans les textes officiels, rien n'oblige le conducteur à boucler sa ceinture sauf si des mesures particulières sont appliquées par le chef d'entreprise au sein de sa société. Sur le terrain, des analyses de l'activité ont montré que la ceinture de sécurité représentait une gêne pour les caristes lors de l'exécution des nombreuses montées et descentes de la cabine, ce qui expliquerait pourquoi elle n'est pas portée, [3, 4].

Concernant les aspects de stabilité des chariots élévateurs, ces derniers doivent valider le code d'essai dit « de la plate-forme », spécifié dans les normes

européennes en fonction des caractéristiques particulières à chaque machine EN ISO 1074, EN ISO 3184 et EN ISO 5766 rebaptisées sous la série des normes EN ISO 22915. La norme EN ISO 22915-1 représente la partie générale et les catégories respectives sont classées sous les références EN ISO 22915-1 [5], EN ISO 22915-2 [6] et EN ISO 22915-3 [7]. Les essais prescrits dans ces normes « permettent de s'assurer que le chariot élévateur possède une stabilité satisfaisante lorsqu'il est utilisé dans des conditions normales », selon les termes de la norme. En mai 2000, les deux normes de sécurité des chariots [8] et [9], normes dites de type C (Normes produits) ont été jugées comme ne donnant pas présomption de conformité vis-à-vis de la directive Machine suite à une clause de sauvegarde émise par la délégation allemande, puis française et italienne. Un mandat a alors été donné par la Commission européenne de normalisation (CEN) et une nouvelle norme est en cours de rédaction (groupe de normalisation CEN/TC 150/WG11). Celle-ci devrait pallier les aspects non couverts par les normes évoquées ci-dessous, à savoir les risques encourus en cas de renversement latéral.

Ainsi, pour réduire le nombre et la gravité des accidents liés aux chariots élévateurs, l'INRS a développé un modèle numérique de chariot afin de simuler des situations de renversement latéral. Ce modèle, une fois son domaine de validation clairement établi, sera aussi un outil :

- d'aide à la conception de chariots plus sûrs,
- d'aide à la construction des supports et contenus des formations des caristes,
- pour l'élaboration d'un protocole expérimental permettant d'estimer la stabilité dynamique des chariots automoteurs (projet de norme en cours),
- pour l'élaboration d'un prototype de simulateur de conduite.

La première partie de cet article présente une revue de la bibliographie concernant les modèles numériques de chariot élévateur et les spécificités du modèle développé par l'INRS. Des détails sont donnés concernant le modèle de pneumatique de Pacejka utilisé pour modéliser la liaison véhicule-sol. Ensuite, les essais qui ont été réalisés afin de disposer de mesures en situation de conduite réalistes sont décrits et analysés. Enfin, la dernière partie concerne la validation du modèle. Cette validation est effectuée en comparant les signaux issus des mesures

précédemment citées et les résultats de calculs. Des précisions sont données concernant le recalage du modèle. Deux situations particulières de circulation en régime transitoire, avec et sans renversement partiel, permettent d'apprécier le domaine de validité du modèle et ses limites. Avant de conclure, une synthèse est donnée des résultats obtenus pour d'autres situations de circulation.

## MODELE DE CHARIOT AUTOMOTEUR

### REVUE DE LA BIBLIOGRAPHIE CONCERNANT LES MODELES DE CHARIOT ELEVEUR

Les travaux et recherches publiés récemment concernant la modélisation du comportement dynamique d'un chariot élévateur ne sont pas très nombreux [10, 11, 12, 13] et [14]. La motivation première de l'élaboration de ces modèles est centrée sur l'amélioration de la stabilité des chariots élévateurs et sur la sécurité des conducteurs. L'approche de M. Koutchouk vise le développement d'un modèle numérique comme outil pour estimer l'efficacité des moyens de retenue du cariste. Il a été développé à l'aide du logiciel MADYMO et intègre un modèle de chariot élévateur (chariot à 4 roues) couplé à celui d'un modèle de mannequin numérique. Le but est de simuler le comportement global du conducteur dans une phase de renversement de l'engin ainsi que ses interactions avec l'environnement de la cabine et son système de retenue. Le chariot est placé dans des situations de conduites variées conséquentes à l'application d'un champ d'accélération normale et tangentielle. La liaison entre le pneumatique et le sol est modélisée, dans le sens vertical, par une raideur couplée à un coefficient d'amortissement visqueux. Dans le sens longitudinal, un coefficient de friction est introduit pour tenir compte de la résistance à l'avancement. Le modèle complet a été utilisé dans des situations de renversement latéral quasi-statique (plate-forme de renversement latéral) ou pour des situations de circulation telles que la prise d'un virage en J, par exemple. Le modèle a été utilisé principalement pour calculer le critère HIC (Head Injury Criteria) [15] qui définit, à partir de la mesure des accélérations

au niveau de la tête, les traumatismes pour le conducteur. Plusieurs simulations ont été effectuées pour des conditions différentes de maintien du cariste. Au regard des résultats, il semble que le meilleur compromis pour conserver l'intégrité physique du conducteur lors d'un renversement (quasi-statique ou dynamique) soit l'utilisation d'une ceinture abdominale couplée à un système de maintien au niveau des épaules. Néanmoins, ces résultats doivent être confirmés car le modèle développé par M. Koutchouk n'a pas été encore validé.

Les études [12, 13] concernent aussi bien les chariots à 4 roues que ceux à 3 roues. Le développement de modèles de chariots élévateurs doit permettre de mieux comprendre l'influence de la conception du véhicule sur sa stabilité pour différentes manœuvres et pentes de terrain. Les modèles sont, par conception, simples afin de simuler rapidement (temps de calculs réduit) des situations variées de conduite. Une version modifiée du modèle de pneumatique de Sakai [16], proposée par Yeh and al. [17] est utilisée dans cette approche. Le modèle a été simplifié et la dépendance linéaire vis-à-vis du carrossage a été négligée pour cette étude. L'effort  $F_y$  dépend de l'effort vertical  $F_z$ , de l'angle de dérive, de la raideur de dérive et du coefficient de frottement. Les autres forces et moments ( $F_x$ ,  $M_y$ ,  $M_x$ ,  $M_z$ ) sont définis et calculés à partir de l'effort  $F_y$ . Les caractéristiques des pneumatiques sont issues des travaux de Rappen [18] pour la première étude. Des mesures spécifiques sur banc d'essai ont été réalisées pour 4 types de pneumatique et elles ont fourni les données nécessaires à l'identification des paramètres du modèle dans le cadre de l'étude [13]. Le rapport préliminaire [12] présente une étude de sensibilité de certains paramètres (vitesse de braquage, force de traction et position du chargement) sur la stabilité d'engins à 3 ou 4 roues. Le rapport final [13] présente la validation des modèles numériques développés sur la base d'essais menés avec un chariot à 3 roues et un chariot à 4 roues. Considérés comme étant de second ordre, les moments d'auto-alignement et de renversement sont négligés dans les calculs. Dès lors, l'optimisation des paramètres du modèle de pneumatique se limite à celle du coefficient de frottement et de la raideur de dérive. Ces hypothèses impliquent des décalages qui peuvent être importants entre le modèle de pneumatique et les mesures pour des angles de dérive faibles ( $< \pm 10^\circ$ ). Or, suite aux expérimentations que nous

avons menées à l'INRS avec un chariot thermique à quatre roues, lors de la prise d'un virage large, les angles de dérives peuvent aisément atteindre 20 à 30° et même 40 à 50°, lors de virages très serrés. Ceci pourrait expliquer les décalages observés entre les mesures et les résultats de calculs présentés dans le rapport final, notamment pour les trajectoires et les vitesses de rotation des roues. Selon les auteurs, la précision des modèles est faible lors des phases de glissement latéral important (prise d'une trajectoire circulaire, par exemple). Néanmoins, au vu des hypothèses simplificatrices adoptées dans cette étude et du nombre de paramètres (2) à optimiser dans le modèle de pneumatique, cette approche permet une mise en œuvre aisée et une estimation satisfaisante des principales grandeurs physiques du chariot élévateur. Enfin, le modèle ne permet pas de distinguer les phases de renversement partiel (deux roues décollent puis le chariot revient sur ses 4 roues) d'un renversement complet. En effet, les auteurs ont considéré qu'il y a renversement complet à partir du moment où 2 roues quittent le sol. Sur le terrain, des essais ont montré qu'un renversement partiel était tout à fait possible. Ce modèle n'est donc pas adapté pour prédire le renversement du véhicule.

Parmi les différentes recherches, l'étude de T. Biermann et R. Bruns [14] a également entamé une étape de validation. L'approche est très proche de celle adoptée par l'INRS. Le modèle de chariot a été développé à l'aide du logiciel ADAMS et le modèle de pneumatique de l'Université d'Arizona [19] a été utilisé pour calculer les interactions pneumatiques/sol. Un chariot électrique à 4 roues a été utilisé comme base pour développer le modèle. Des essais pour différentes situations de conduite ont été effectués mais seuls les résultats pour 2 essais en régime stationnaire le long d'une trajectoire circulaire sont présentés. Le premier essai correspond à un cas de circulation avec le chariot à vide et le deuxième, avec une charge de 2 000 kg sur la fourche. Les résultats présentent une bonne corrélation calculs/mesures que ce soit pour la vitesse de lacet, l'angle de dérive ou l'accélération latérale. Selon les auteurs, les résultats pour des cas d'excitation non-stationnaire offrent un niveau de validation satisfaisant. En revanche, la validation du modèle n'a pas été effectuée sur un cas de renversement partiel. Le modèle est néanmoins utilisé pour simuler le renversement complet du chariot.

Notre approche avait donc pour but de développer un modèle de chariot qui permet de simuler, d'une part, des phases de circulation normales et, d'autre part, de prédire le comportement du chariot lors de situations à risques où le renversement du véhicule est possible. Pour cela, un modèle de pneumatique, le plus riche possible, était nécessaire afin de modéliser de manière réaliste les forces et les moments d'interaction entre le sol et la chaussée. C'est dans ce but que le modèle de Pacejka a été utilisé. Enfin, une validation du modèle dans les conditions d'un renversement partiel est apparue comme indispensable pour s'assurer que le modèle permettait de traduire correctement le début de cette phase, jusqu'à un angle de 15° environ.

## CARACTERISTIQUES DU CHARIOT D'ESSAI DE L'INRS

Le chariot automoteur utilisé pour le développement de notre modèle est un chariot de capacité de charge de 2 000 kg à une hauteur de 3,3 m (cf. Figure 1). Ce véhicule est un chariot à 4 roues à propulsion thermique diesel.

Les caractéristiques mécaniques de ce chariot ont été déterminées en laboratoire. Ainsi, les différentes mesures reportées dans le rapport [20] ont permis d'estimer la position du centre de gravité, les inerties et le poids du chariot. Le poids du chariot, dans la configuration utilisée lors des essais, est de 3 900 kg (chariot équipé de béquilles autorisant des renversements partiels – 3 590 kg chariot seul). La position du centre de gravité a été déterminée

FIGURE 1

**Chariot élévateur utilisé pour la construction du modèle numérique**  
Forklift truck used for building numerical model



expérimentalement pour 3 configurations de position du groupe élévateur (mât et tablier porte-fourche) sans sa fourche :

- configuration 1 : mât vertical et tablier porte-fourche à 30 cm du sol,
- configuration 2 : mât vertical et tablier porte-fourche à 180 cm du sol,
- configuration 3 : mât incliné vers l'avant au maximum (c'est-à-dire de 6°) et tablier porte-fourche à 180 cm du sol.

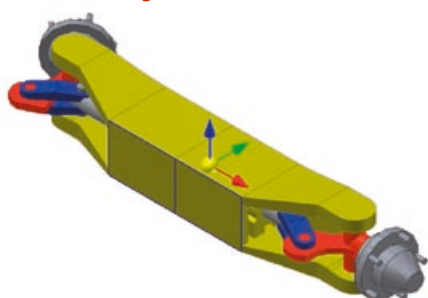
Ces positions particulières du groupe élévateur ont été choisies pour tester la capacité du modèle à prendre en compte l'influence de cette partie du chariot sur la stabilité globale de la machine. Ces différentes positions impliquent une modification de la position du centre de gravité globale du chariot ainsi que de ses inerties. Dans le modèle, seuls les changements de la position du centre de gravité ont été pris en compte (négligeable pour les inerties).

Le chariot d'essai est équipé d'un essieu arrière articulé (cf. Figure 2). Cette partie du chariot constitue dans le modèle un corps en liaison avec le châssis du chariot. Sa masse, ses inerties et la position de son centre de gravité ont été déterminées par calculs. La raideur de rappel de la liaison pivot, entre l'essieu et le châssis du chariot, a été mesurée en laboratoire. La cinématique de l'essieu a aussi été étudiée afin d'obtenir la loi d'évolution de l'angle de braquage de la roue droite en fonction de l'angle de la roue gauche. La loi d'évolution des angles de braquage des roues droite et gauche est la première donnée d'entrée du modèle pour simuler une phase de circulation. Cette donnée peut être soit simulée, soit mesurée sur le chariot lors d'un essai.

Afin de réaliser les essais en toute sécurité, des béquilles ont été adaptées au chariot d'essai. Elles sont montées sur chaque flanc de la machine et permettent d'éviter le renversement complet de l'engin tout en autorisant un renversement partiel (< 15°). Leur présence modifie les caractéristiques mécaniques du chariot.

FIGURE 2

**Essieu arrière oscillant**  
Rear oscillating



Les modifications ont été intégrées au modèle complet par la modification de la position du centre de gravité, des inerties et de la masse du chariot ainsi équipé. Le Tableau 1 récapitule les masses, les inerties et les positions du centre de gravité pour les trois configurations du groupe élévateur du chariot lorsque celui-ci est équipé ou non de ses béquilles. Le Tableau 2 détaille les autres caractéristiques nécessaires à la modélisation du chariot. Une schématisation simple du chariot est reportée sur la Figure 3.

**MODÈLE ET HYPOTHÈSES**

Le modèle de chariot élévateur équipé de ses béquilles a été développé à l'aide du logiciel de corps rigides, Solid Dynamics. Les déformations du mât sont du second ordre et n'ont donc pas été prises en compte dans le modèle. La mise en vitesse du modèle de chariot ne s'effectue pas par l'application d'un couple moteur au niveau des roues avant, comme dans la réalité, mais par

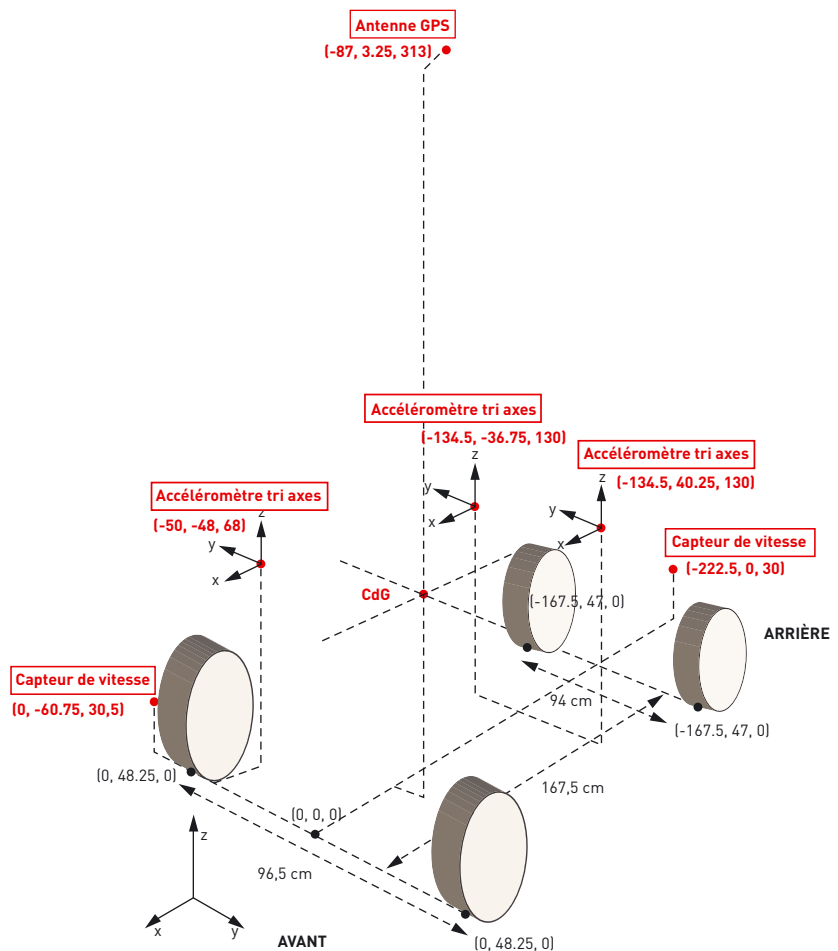
l'application d'une vitesse longitudinale au centre de gravité du chariot.

**MODELE DE PNEUMATIQUE LE MODELE DE PACEJKA**

Les pneumatiques sont des éléments importants de la tenue de route et de la stabilité du chariot élévateur. Peu de travaux consacrés au développement de modèles de forces et moments d'interaction pneumatique/sol pour le cas particulier de pneumatiques de chariot automoteur ont été publiés [12, 13, 14, 18]. Pour les besoins de l'étude, le modèle semi-empirique de Pacejka (« Magic formula ») [21, 22] a été retenu car il offre plusieurs avantages : il est très documenté dans la littérature (certains jeux de paramètres sont accessibles) et fait office de standard chez les manufacturiers de pneumatiques d'automobile. De plus, ce modèle permet de traiter des régimes de fonctionnement transitoire et établi du pneumatique avec une complexité faible (comparé à d'autres modèles) avec des temps de calcul accep-

FIGURE 3

**Schéma pour la localisation du centre de gravité et des principaux capteurs**  
Diagram showing location of centre of gravity and main sensors





tables [23]. Ce modèle a dû être adapté aux particularités des pneumatiques industriels pleins et gonflés montés sur les chariots élévateurs. En effet, du fait de leur conception et de leur géométrie spécifiques, le comportement de ces pneumatiques est différent de celui d'un pneumatique de voiture, en particulier pour les pneumatiques pleins :

- la zone linéaire d'évolution de la force latérale, fonction de l'angle de dérive, s'établit sur une large plage de variation de l'angle, entre  $-15^\circ$  à  $+15^\circ$  (observé pour 2 montes de pneumatiques pleins ;  $-5^\circ$  à  $+5^\circ$  pour les pneumatiques gonflés). Comparativement, cette zone linéaire se situe entre  $-2^\circ$  et  $+2^\circ$  pour les pneumatiques gonflés de véhicule particulier [24],

- le pic de la force latérale (maximum de la zone de transition) se situe au-delà de  $\pm 30^\circ$  (observé pour 2 montes de pneumatiques pleins ;  $\pm 15^\circ$  pour les pneumatiques gonflés) alors que pour les pneumatiques automobiles ce pic est situé entre  $\pm 3^\circ$  à  $\pm 7^\circ$  [24]. Ce décalage vers des angles de dérive élevés est aussi observé pour le maximum du moment d'auto-alignement,

- la dépendance vis-à-vis de l'angle de carrossage introduite dans le moment de renversement  $M_x$  ne modélise pas correctement le comportement réel des pneumatiques industriels (version Pacejka 1996 utilisée dans cette étude) car le modèle ne se superpose pas bien aux mesures effectuées sur la monte de pneumatiques gonflés, en particulier.

Pour les particularités 1 et 2, cela pose une première difficulté puisque la plupart des bancs d'essai (souvent dédiés à l'automobile) sont limités à des variations d'angles de dérive qui n'excèdent pas  $\pm 15^\circ$ . Les données nécessaires à une identification de qualité des paramètres du modèle, sont alors difficiles à obtenir. Un biais peut alors intervenir sur l'estimation du facteur de pic  $D$  ainsi que sur le facteur de forme  $C$  (voir les formulations en *Annexe*).

Le modèle qui a été utilisé est un modèle purement latéral, c'est-à-dire que seuls la force latérale  $F_y$ , le moment de renversement  $M_x$  et le moment d'auto-alignement  $M_z$  ont été pris en compte dans la description du comportement de chaque pneumatique. Ces grandeurs dépendent de l'effort vertical  $F_z$ , de l'angle de dérive  $\alpha$  et de l'angle de carrossage  $\gamma$ . Le moment  $M_y$  caractéristique de la résistance au roulement ainsi que la force de traction  $F_x$  n'ont pas pu être intégrés à la modélisation, faute de données. Les caractéristiques omises décrivent norma-

TABLEAU I

Caractéristiques mécaniques du chariot élévateur pour 3 configurations du groupe élévateur (mât et tablier porte fourche) lorsque le chariot est équipé ou non de ses béquilles

Forklift truck mechanical characteristics for 3 lifting unit (mast and fork carrier) configurations; truck with or without outriggers

Chariot élévateur avec son essieu arrière oscillant	Chariot élévateur de l'INRS sans ses béquilles	Chariot élévateur de l'INRS avec ses béquilles
Masse (kg)	3 590	3 900
Position du centre de gravité lorsque le tablier porte fourche est à 30 cm du sol et que le mât est vertical (i.e $0^\circ$ ) (cm)	X=-85.5 Y=3.25 Z=72.8	X=-88 Y=3.25 Z=69.8
Position du centre de gravité lorsque le tablier porte fourche est à 180 cm du sol et que le mât est vertical (i.e $0^\circ$ ) (cm)	X=-85.5 Y=3.25 Z=86.2	X=-88 Y=3.25 Z=80.8
Position du centre de gravité lorsque le tablier porte fourche est à 180 cm du sol et que le mât est incliné de $6^\circ$ vers l'avant (cm)	X=-82.5 Y=3.25 Z=84	X=-86.5 Y=3.25 Z=82.5
Inerties (kg.m <sup>2</sup> ) du chariot avec ses pneumatiques	Ixx=1450 Iyy=3100 Izz=3100	Ixx=2120 Iyy=3177 Izz=3804

TABLEAU II

Autres paramètres mécaniques nécessaires à la construction du modèle  
Other parameters required for building numerical model

Chariot élévateur avec son essieu arrière oscillant	Chariot élévateur INRS
Longueur de l'axe avant (cm)	96.5
Longueur de l'axe arrière (cm)	94
Longueur entre l'axe avant et arrière (cm)	167.5
<b>Essieu arrière oscillant</b>	
Masse (kg)	120
Inerties (kg.m <sup>2</sup> )	Ixx=11.34 Iyy=0.568 Izz=11.34
Localisation du pivot (cm)	X=-167.5 Y=0 Z=25.75
Raideur de rappel du pivot (Nm/deg)	$607,3 + 10 \alpha - 153,3 \alpha^2$
Angle de rotation autorisé par la liaison pivot avant mise en butée (deg.)	$\pm 1.8$
Relation entre les angles de braquage de la roue droite et ceux de la roue gauche (deg.)	$\beta_{g2,droite} - 1.0477 \beta_{g1,gauche} - 0.00808 \beta_{g1,gauche}^2$ $- 5.0502 e^{-5} \beta_{g1,gauche}^3$ $\beta_{g2,gauche} - 0.9716 \beta_{g1,gauche} - 0.00676 \beta_{g1,gauche}^2$ $+ 3.207 e^{-5} \beta_{g1,gauche}^3$

lement le comportement longitudinal du pneumatique. En leur présence, des couplages interviennent normalement entre les efforts latéraux et longitudinaux lors de la prise d'un virage. Les formulations simplifiées utilisées dans le modèle proposé sont reportées en *Annexe*.

Dans le but d'identifier les paramètres du modèle de Pacejka, des mesures ont été effectuées sur bancs d'essai dans le cadre de coopérations avec des fabricants

de pneumatiques pour chariot. Ainsi, 2 types de pneumatiques ont été caractérisés : une monte de pneumatiques gonflés et 2 montes de pneumatiques pleins, pour 2 tailles de pneumatiques (pneumatiques avant et pneumatiques arrière de tailles différentes). Les essais ont été effectués à une vitesse de roulement de 10 km/h (l'influence de la vitesse sur la caractérisation des pneumatiques est considérée comme négligeable). Lors des essais sur banc, les

pneumatiques ont été sollicités dans différentes configurations d'angle de dérive, de chargement et d'angle de carrossage. L'angle de dérive a pu varier au maximum de  $-15$  à  $+15$ °, l'angle de carrossage de  $0$  à  $+30$ °, le chargement vertical de  $5$  à  $20$  kN pour la plus petite taille de pneumatique et de  $5$  à  $24$  ou  $25$  kN pour la plus grande taille de pneumatique.

Une méthode d'optimisation (Simplex ou Levenberg-Marquardt) a été utilisée pour réaliser l'identification des paramètres du modèle. Finalement, un jeu de paramètres a été calculé pour une monte de pneumatiques pleins et un second jeu de paramètres pour la monte de pneumatiques gonflés. Après identification, une très bonne corrélation mesures/formulation analytique est obtenue pour l'effort latéral  $F_y$ , ainsi que pour le moment d'auto-alignement  $M_z$ . Les résultats sont moins bons concernant le moment de renversement  $M_x$  dont la formulation du modèle de Pacejka 96 ne parvient pas à prendre en compte la dépendance vis-à-vis de l'angle de carrossage. Pourtant, l'effet de cet angle est nettement visible sur les efforts mesurés (cf. Figure 4). En conséquence, on a considéré  $M_x$  comme indépendant de l'angle de carrossage. Il a été identifié à partir des efforts mesurés à carrossage nul.

Les Figure 5, 6 et 7 illustrent certaines comparaisons entre les mesures d'efforts effectuées sur le banc et les calculs obtenus après identification.

Pour chacune des courbes présentées sur ces figures, la valeur du coefficient de corrélation  $R$  est donnée.  $R$  est défini par :

$$R = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}}$$

où  $S_t$  représente la dispersion autour de la valeur moyenne  $\bar{y}$  des points de mesure  $y_i$  et  $S_r$  l'erreur quadratique entre un point de mesure et un point de calcul.  $S_t$  vaut :

$$S_t = \sum_{i=1}^n (\bar{y} - y_i)^2$$

avec  $n$  le nombre de points de mesure et,  $S_r$  défini par :

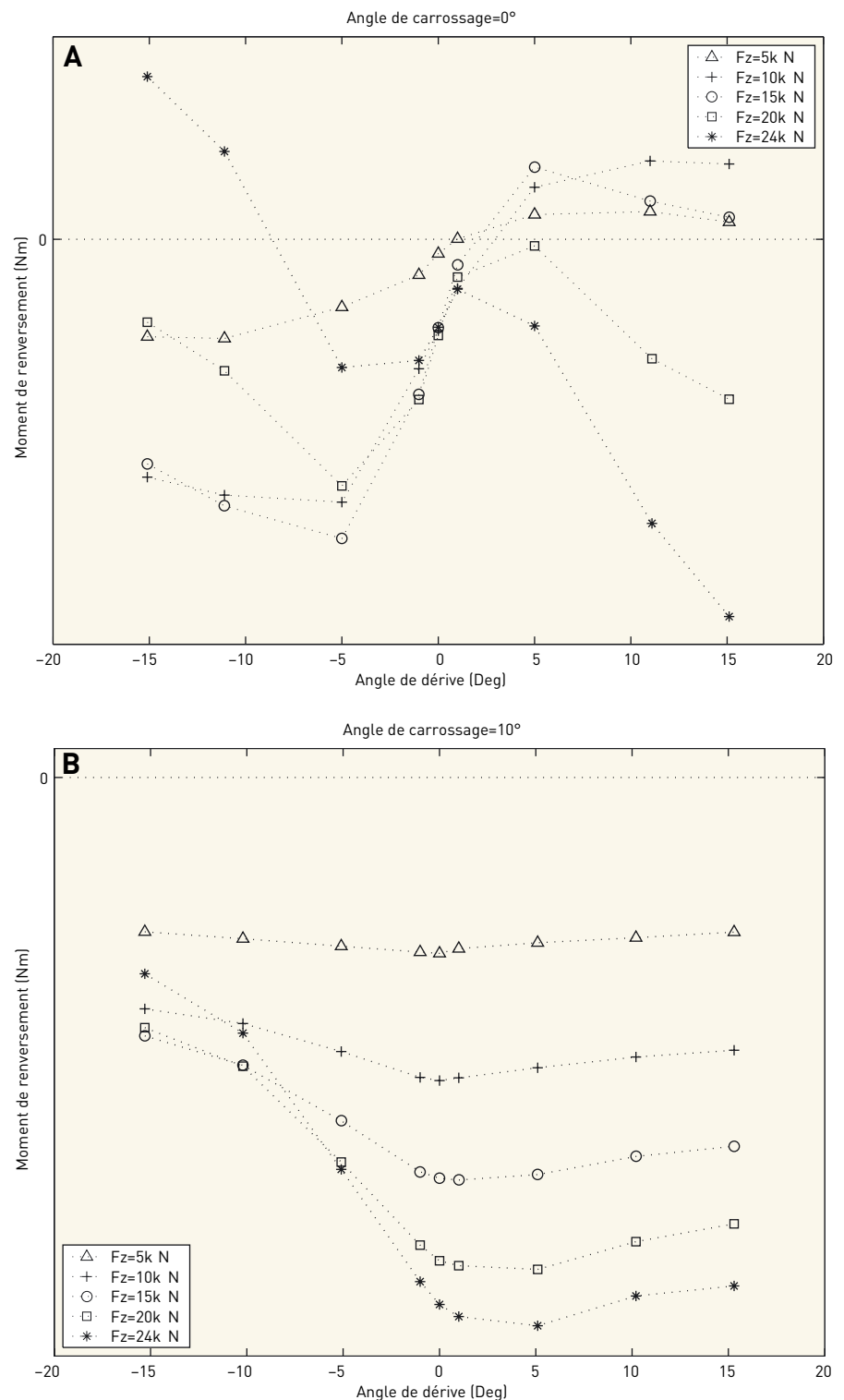
$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - \Gamma(\alpha_i, F_{z,i}, \gamma_i))^2$$

$\Gamma(\alpha_i, F_{z,i}, \gamma_i)$  représente respectivement l'effort latéral  $F_y$ , le moment d'alignement  $M_z$  ou le moment de renversement  $M_x$  calculé à partir du modèle de Pacejka pour les mêmes caractéristiques d'angle de dérive, de chargement et d'angle de carrossage qu'au point  $y_i$ . Pour une superposition parfaite entre les points calculés et les

FIGURE 4

2 exemples de mesures du moment  $M_x$  réalisées pour un angle de carrossage de  $0^\circ$  (A) et de  $10^\circ$  (B)

2 examples of moment  $M_x$  measurements at camber angles of  $0^\circ$  (A) and  $10^\circ$  (B)



points mesurés, le coefficient  $R$  vaut 1. Des résultats similaires sont obtenus pour les deux tailles de pneumatiques, pleins ou gonflés. La modélisation de l'interaction pneuma-

tique/sol constitue un élément essentiel du comportement dynamique du chariot. Pour s'assurer de la robustesse du modèle, il est important que les données utilisées lors de la phase d'identification des para-

mètres soient suffisamment « riches », c'est-à-dire que les paramètres de chargement vertical, d'angle de dérive et de carrossage puissent varier sur une plage de valeurs la plus large possible. Ainsi, lors des essais effectués sur les pneumatiques, l'angle de dérive devrait varier au minimum entre  $-20$  et  $+20^\circ$  pour les pneumatiques pleins, et entre  $-15$  et  $+15^\circ$  pour les pneumatiques gonflés. De la même manière, l'angle de carrossage devrait varier entre  $0$  et  $+25/30^\circ$ . Enfin, le chargement vertical devrait aussi varier sur une large plage dont la limite supérieure dépend de la nature du pneumatique et de sa taille.

## HYPOTHESES DE MODELISATION

Les données fournies par les fabricants de pneumatiques n'ont pas permis d'intégrer le comportement longitudinal dans le modèle du fait des limitations des bancs d'essai. La non-prise en compte du comportement longitudinal implique plusieurs limitations pour notre modèle :

- la mise en vitesse du chariot élévateur s'effectue en injectant la vitesse d'avancement du chariot directement dans le modèle. Celle-ci peut être issue d'une mesure ou d'un calcul (profil de vitesse),

- le couplage entre les efforts longitudinaux et latéraux ne peut pas être pris en compte. Les efforts latéraux sont alors légèrement surestimés par rapport à un modèle qui intégrerait ce couplage. Cette hypothèse génère un biais au calcul lors de la simulation de phases où le couplage est fort, comme la prise d'un virage très serré, par exemple,

- le modèle ne permet pas de simuler les phases d'accélération ou de freinage du véhicule.

## ESSAIS POUR LA VALIDATION DU MODELE

### CHARIOT D'ESSAI SECURISE

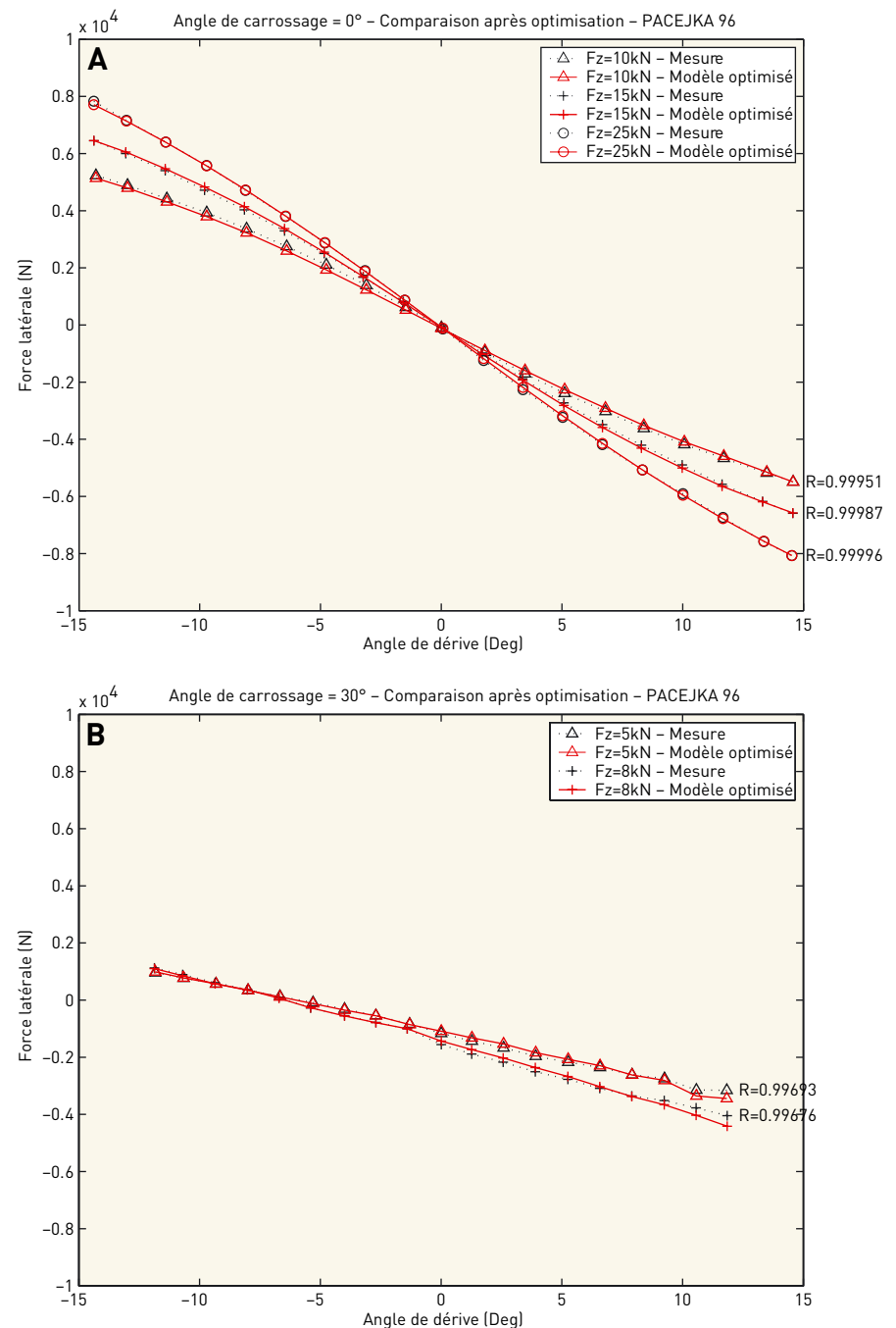
Dans le but de valider le modèle numérique, des essais de circulation réelle ont été réalisés avec le chariot élévateur de l'INRS. Pour pouvoir provoquer un renversement partiel du chariot, ce dernier a été équipé de béquilles (cf. Figure 8).

Les modifications qu'impliquent l'ajout des béquilles au chariot ont été

FIGURE 5

Comparaison entre la mesure et le modèle de  $F_y$  pour différents chargements verticaux. A : angle de carrossage de  $0^\circ$ . B : angle de carrossage de  $30^\circ$

Comparison between measurements and  $F_y$  model for different vertical loadings. A: camber angle of  $0^\circ$ . B: camber angle of  $30^\circ$



prises en compte dans le modèle par la modification du poids, des inerties et de la position du centre de gravité globale du chariot (cf. Tableau 1 et Figure 9). Lié à la présence des béquilles et à leur emprise sur le châssis du chariot, le nouveau centre de gravité est abaissé de quelques centimètres, ce qui rend le chariot un peu plus stable. De ce fait, les renversements se déclenchent moins facilement.

L'inertie longitudinale, autour de l'axe est augmentée de 47 %. Cette modification implique que les renversements partiels s'effectuent un peu plus rapidement avec les béquilles que sans celles-ci.

Pour la sécurité du conducteur du chariot, le cariste était installé dans un siège baquet muni d'un harnais à 4 points d'encrage. Sa tête était protégée par un casque de VTT et un portillon de sécurité

était installé sur la cabine du chariot pour éviter tout risque d'éjection.

## INSTRUMENTATION

Pour acquérir des données nécessaires à la validation du modèle numérique, plusieurs capteurs ont été implantés sur le chariot.

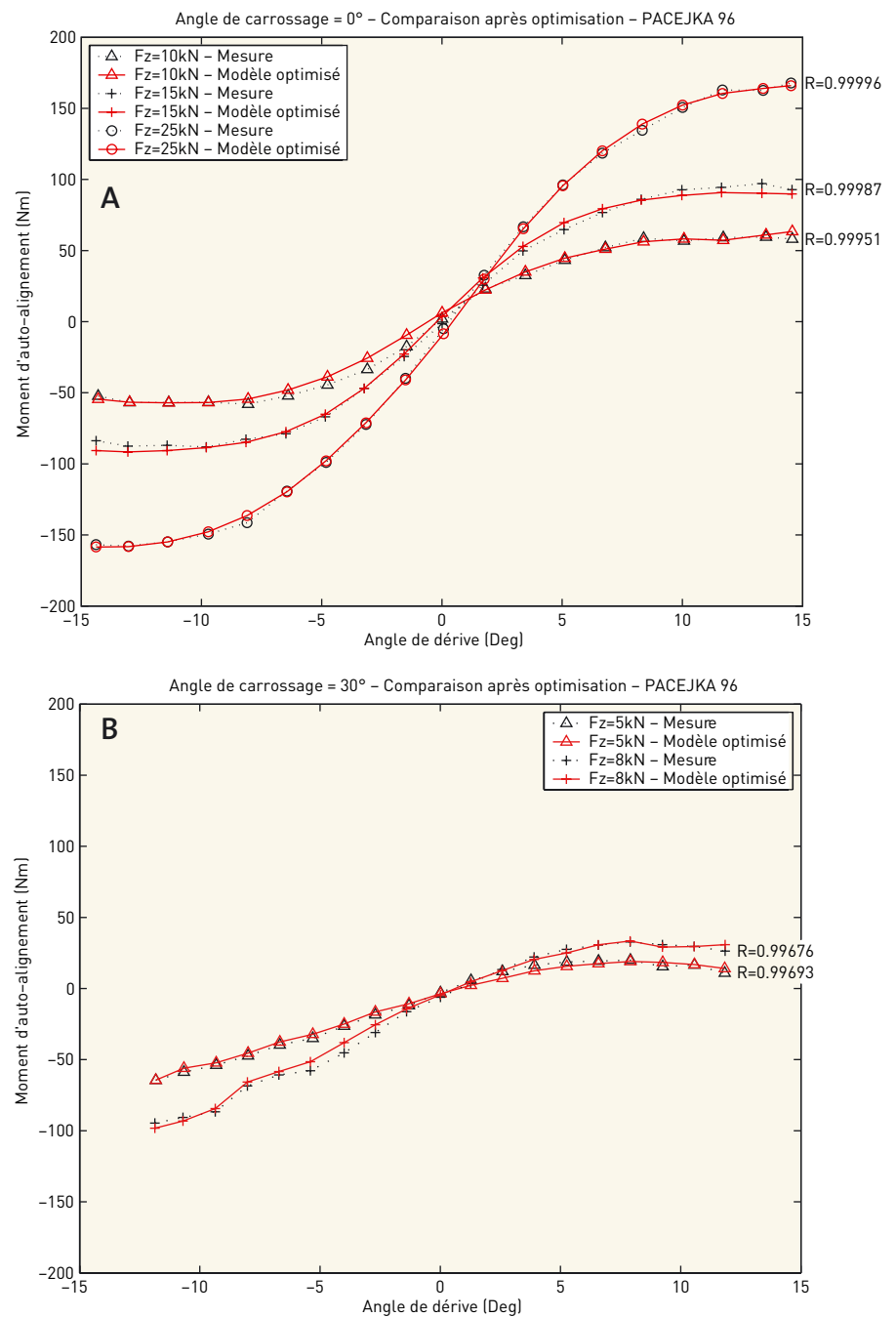
Un système GPS a été utilisé afin de déterminer la trajectoire du chariot. C'est un système utilisant 2 stations de positionnement : la première station est une station Scorpio, en liaison directe avec la première antenne GPS qui est fixe par rapport au sol ; la deuxième station est une station mobile Sagita<sup>TM</sup>. Celle-ci est montée sur le toit de la cabine du chariot. Dans de bonnes conditions d'ouverture vers l'horizon et lorsque 8 ou 9 satellites sont reçus par les deux antennes, il est possible de localiser la position de l'antenne mobile avec une précision de +/- 5 cm. L'avantage majeur de ce système est évidemment sa grande précision. En revanche, son installation et utilisation sont relativement lourdes et fastidieuses.

Deux capteurs sans contact Correvit S-CE<sup>®</sup> ont été utilisés pour mesurer la vitesse instantanée longitudinale et latérale en deux points du chariot. A partir de ces données, le calcul de l'angle de dérive est alors possible. Un premier capteur a été monté au niveau du moyeu de la roue avant droite. Le deuxième a été implanté au centre du contre-poids, à l'arrière du chariot. Une calibration de ces capteurs est nécessaire et doit être effectuée pour chaque type de revêtement au sol. Il faut donc que celui-ci soit relativement homogène sur la zone des essais. Le capteur offre une large étendue de mesure dans le sens longitudinal (0 - 400 km/h) mais en revanche, celle-ci est limitée dans le sens latéral (lié à la limitation de la plage de variation en angle de dérive à +/- 40°). Cela implique que l'étendue de mesure pour la vitesse latérale est comprise entre 0 et 4,66 m/s (soit 16,77 km/h). Cette limitation a posé, d'une part, quelques problèmes de saturation pour le capteur positionné à l'arrière du chariot lors des phases de prise de virage avec glissement latéral important. D'autre part, le capteur ne fournit des informations de vitesse fiable que s'il ne subit pas d'angle de roulis au-delà de +/- 5°. Lors des expérimentations, des basculements jusqu'à 15° ont été obtenus. Dans la zone de 5 à 15°, la mesure a donc été entachée d'une erreur qui n'a pu être quantifiée.

Enfin, un autre capteur sans contact

FIGURE 6

Comparaison entre la mesure et le modèle de  $M_z$  pour différents chargements verticaux. A : angle de carrossage de 0°. B : angle de carrossage de 30°  
Comparison measurements and  $M_z$  model for different vertical loadings.  
A: camber angle of 0°. B: camber angle of 30°



a été utilisé pour mesurer les mouvements de la bielle liée aux roues arrière du chariot. Cette bielle fait partie de l'essieu arrière oscillant (cf. Figure 2 - tige grise à l'intérieur du corps de l'essieu). Connaissant la cinématique de l'axe arrière, les angles de braquage des roues droite et gauche peuvent alors être déduits de cette mesure par calcul.

Trois accéléromètres tri-axes ont été implantés en trois points distincts du

chariot. Deux étaient situés à l'arrière du chariot élévateur et le troisième, monté sur le châssis à l'avant droit. La Figure 3 et la Figure 10 récapitulent le positionnement des capteurs dont les données ont été utilisées pour effectuer des comparaisons calculs/mesures (voir chapitre suivant).

L'ensemble des signaux mesurés au cours des essais a été enregistré sur une centrale d'acquisition munie de 16 voies



à une fréquence d'échantillonnage de 100 Hz, sauf les données GPS qui ont été acquises à 10 Hz.

L'information de vitesse longitudinale au centre de gravité du chariot et la loi d'évolution au cours du temps des angles de braquage constituent les deux entrées du modèle numérique de chariot.

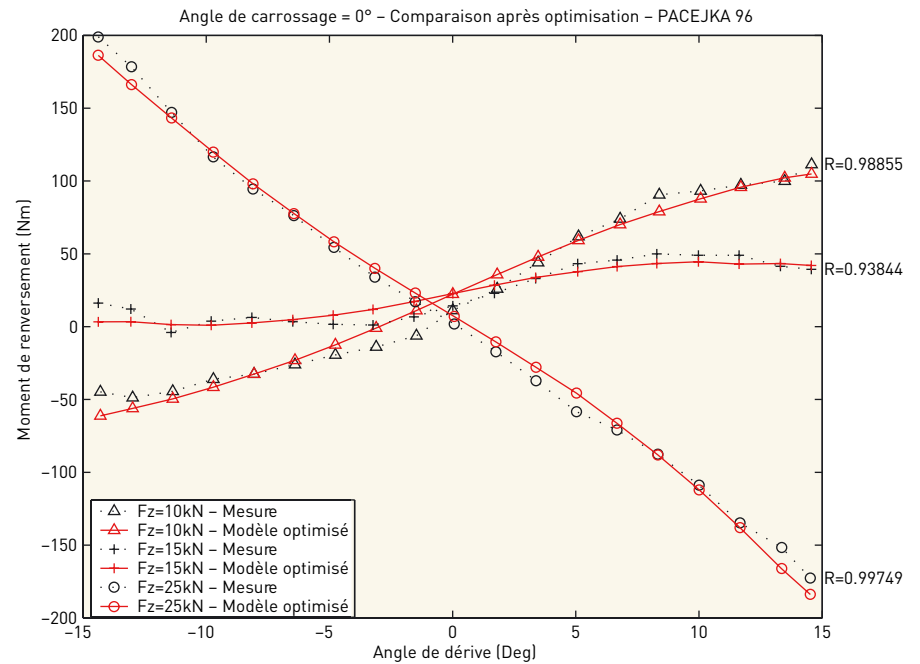
**ESSAIS**

Pour pouvoir valider le modèle numérique de chariot élévateur, de nombreuses manœuvres ont été réalisées. Au cours de ces essais, différents paramètres ont varié pour définir le domaine de validation du modèle et juger de sa sensibilité. Lors des différentes phases de circulation, la position du mât a varié (incliné de 6° vers l'avant ou vertical) ainsi que la position du tablier porte fourche (30 cm du sol ou 180 cm), le sens de circulation (marche avant ou marche arrière), la direction du virage (virage à droite ou à gauche), la nature du braquage (braquage rapide ou lent), la vitesse d'avancement (vitesse moyenne: 12/13 km/h ; vitesse maximum: 17/18 km/h), le mode de l'essieu arrière oscillant (fonctionnement nominal, c'est-à-dire libre, ou essieu bloqué).

Pour étudier l'influence des pneumatiques sur les conditions de circulation et de renversement du chariot, 3 montes de pneumatiques ont été testées (2 montes de pneumatiques pleins, 1 monte de pneumatiques gonflés). Enfin, la nature de la trajectoire a aussi varié. Des virages larges ou serrés (virage nommé « virage en J » dans la suite du texte) ont été expérimentés mais aussi des trajectoires slaloms ou circulaires. Pour ces configurations, le rayon des trajectoires circulaires a varié ainsi que la largeur des virages des slaloms.

**FIGURE 7**

Comparaison entre la mesure et le modèle de  $M_x$  pour différents chargements verticaux à angle de carrossage nul  
 Comparison between measurements and  $M_x$  model for different vertical loadings at a camber angle of 0°



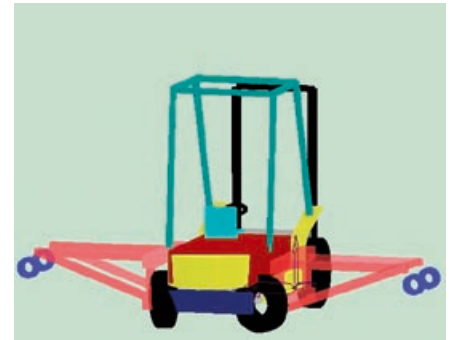
**FIGURE 8**

Chariot élévateur de l'INRS équipé de ses béquilles  
 INRS forklift truck fitted with outriggers



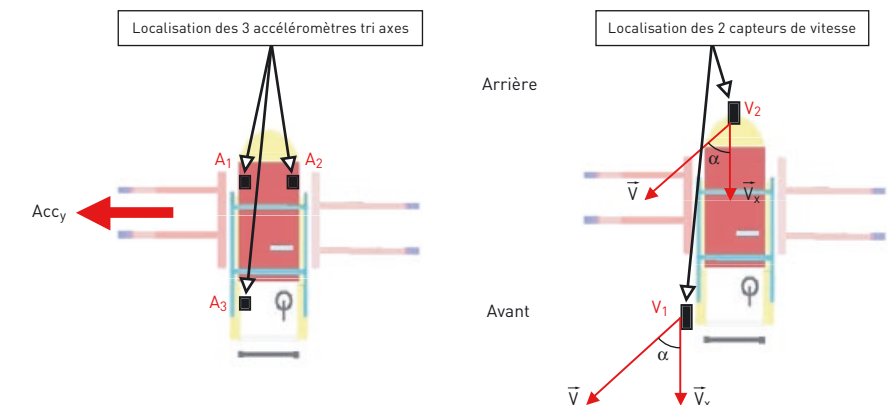
**FIGURE 9**

Modèle de chariot élévateur de l'INRS équipé de ses béquilles  
 Numerical model of INRS forklift truck fitted with outriggers



**FIGURE 10**

Localisation des capteurs sur le chariot élévateur  
 Location of sensors on forklift truck



## COMPARAISONS ENTRE LES MESURES ET LES SIMULATIONS

Au cours des essais, la vitesse longitudinale, la vitesse latérale, l'angle de dérive, l'accélération et le déplacement de la bielle de l'axe arrière sont mesurés. Les mesures de vitesse et de déplacement de la bielle sont utilisées pour calculer les deux données d'entrée nécessaires au modèle à savoir l'évolution des angles de braquage des roues arrière et de la vitesse longitudinale au centre de gravité du chariot élévateur. Chaque mesure est aussi calculée à l'aide du modèle numérique afin d'effectuer des comparaisons entre les évolutions temporelles de ces différentes grandeurs.

### RECALAGE DU MODÈLE

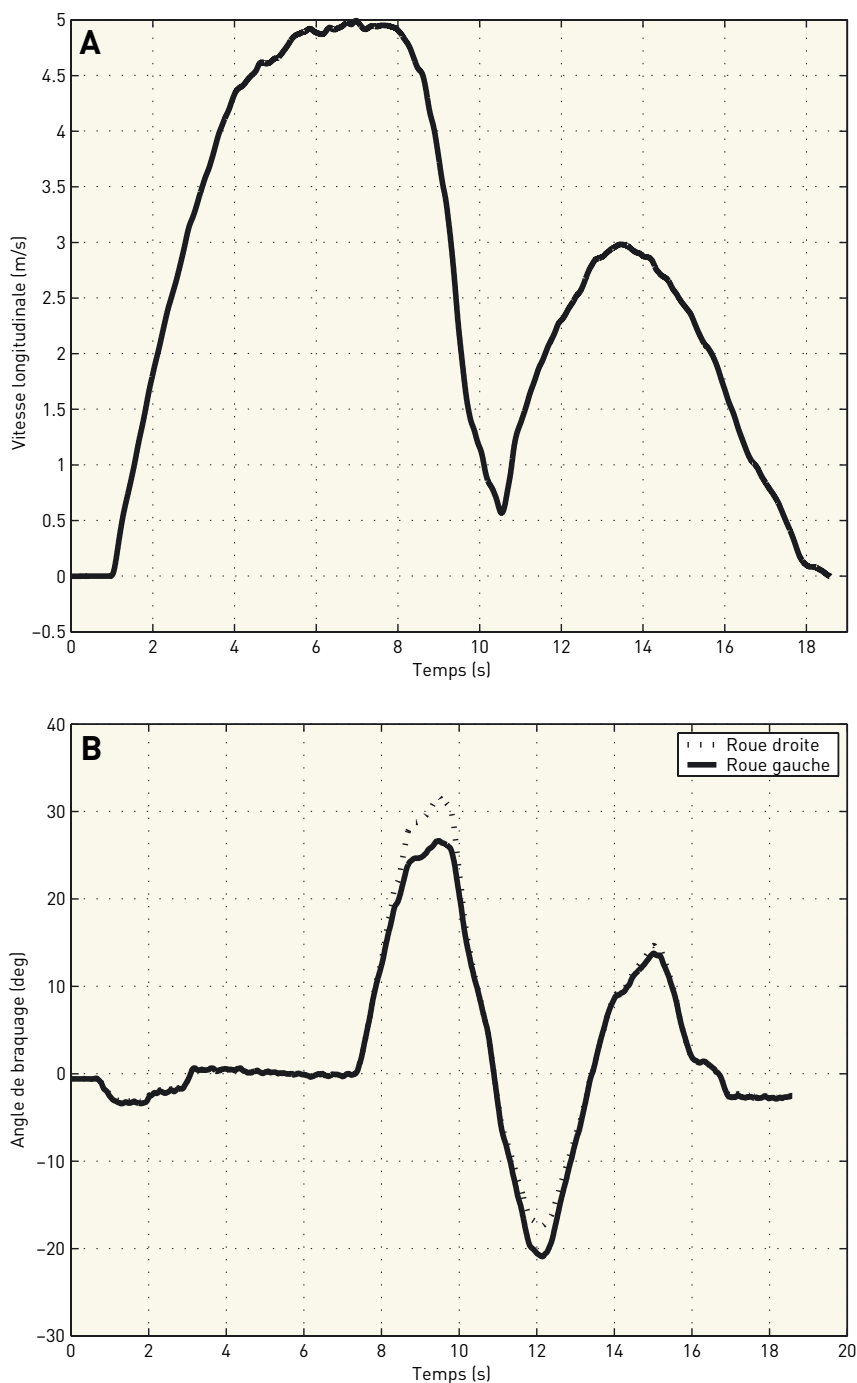
Les premières comparaisons effectuées entre les grandeurs calculées et mesurées ont montré des décalages qui pouvaient être significatifs. Faute de moyens, une méthode d'identification des « scaling factor » du modèle de Pacejka n'a pu être mise en place [22, 25]. Un recalage permettant la meilleure superposition entre les données mesurées et calculées a été effectué en appliquant un coefficient correcteur de 1,35 à la force latérale  $F_y$ . Ce recalage est opéré classiquement par les ingénieurs du pneumatique lors de la validation de modèle de véhicule automobile, par exemple. Les origines de ce recalage sont de plusieurs natures et peuvent s'expliquer par des différences :

- entre la nature du contact entre le pneumatique et la piste d'essai et le revêtement utilisé lors des essais sur le banc. Cette différence de surface implique des variations du coefficient d'adhérence qui se répercutent sur les données mesurées,
- entre les températures de fonctionnement du pneumatique sur le banc d'essai et celles obtenues lors des essais sur piste,
- entre le montage mécanique du pneumatique sur le banc d'essai et celui réalisé sur le chariot.

Ce recalage a été appliqué pour l'ensemble des calculs effectués, que ce soit avec les pneumatiques pleins ou gonflés.

FIGURE 11

Données d'entrée utilisées par le modèle pour simuler un virage en J large.  
A : vitesse longitudinale. B : angle de braquage  
Inputs used by model to simulate a wide J-turn.  
A: longitudinal velocity. B: steering angle



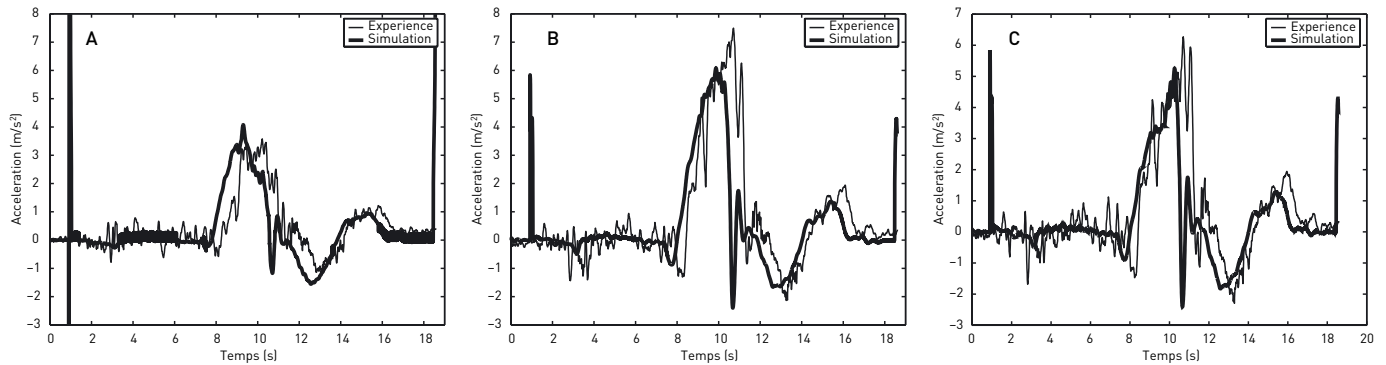
### VIRAGE LARGE A DROITE SANS RENVERSEMENT

La première situation de conduite utilisée pour comparer les données mesurées aux résultats de simulation est une phase de circulation en virage large (vitesse de braquage lente) à la vitesse maximum (pédale d'accéléra-

teur maintenue enfoncée). Le chariot élévateur est équipé de pneumatiques pleins, le mât est incliné vers l'avant de 6° (configuration 3 - voir chapitre «Caractéristiques du chariot d'essai de l'INRS») et le tablier porte fourche est positionné à 180 cm du sol. L'essieu arrière est libre (configuration standard du chariot).

FIGURE 12

Comparaison entre les mesures et les simulations des accélérations latérales du chariot. A : accélération au niveau du capteur A1. B : accélération au niveau du capteur A2. C : accélération au niveau du capteur A3  
 Comparison between measured and simulated lateral accelerations of forklift truck  
 A: acceleration at A1 sensor. B: acceleration at A2 sensor. C: acceleration at A3 sensor



La Figure 11 précise les mesures qui ont également servi d'entrées au modèle, soit, la vitesse longitudinale recalculée au centre de gravité du chariot et l'évolution du braquage des roues arrière au cours de l'essai.

La Figure 11.A montre clairement que le chariot est monté progressivement jusqu'à sa vitesse maximum de 5 m/s (soit 18 km/h) juste avant d'entamer le virage. Le braquage s'est effectué assez rapidement puisque l'angle de la roue droite (roue intérieure au virage) est passé de 0° à 31,6° en 2,1 secondes. Les vidéos montrent que, dans le virage, la roue avant-droite a décollé puis, la roue arrière-droite. Dans le virage, le chariot est ralenti du fait de l'action des forces latérales qui s'exercent du sol sur le pneumatique mais aussi parce que la roue avant-droite motrice décolle. A la sortie du virage, le chariot est presque à l'arrêt et n'a plus qu'une vitesse de 0,5 m/s (soit 1,8 km/h). Le profil de vitesse montre qu'ensuite le conducteur a ré-acceléré pour sortir de la zone des essais.

La Figure 12 montre les comparaisons entre les accélérations mesurées et calculées. Sur les trois courbes, un décalage temporel d'environ 0,5 seconde est observé entre le calcul et la mesure. Ce décalage, qui n'apparaît que sur les signaux d'accélération, est pour une part lié au filtrage des données (filtre de Butterworth d'ordre 2 appliqué entre 0 et 4 Hz) et, pour une autre part, liées aux hypothèses effectuées sur le modèle. Les amplitudes et les variations des accélérations sont correctement calculées.

La Figure 13 présente les comparaisons en termes d'angle de dérive mesurés à l'aide des capteurs situés au niveau de la roue avant-droite et au centre du contre-poids, à l'arrière du chariot. Globalement, la correspondance entre les

FIGURE 13

Comparaison entre les angles de dérive simulés et mesurés. A : angle de dérive au niveau du capteur V1. B : angle de dérive au niveau du capteur V2  
 Comparison between measured and simulated slip angles  
 A: slip angle at V1 sensor. B: slip angle at V2 sensor

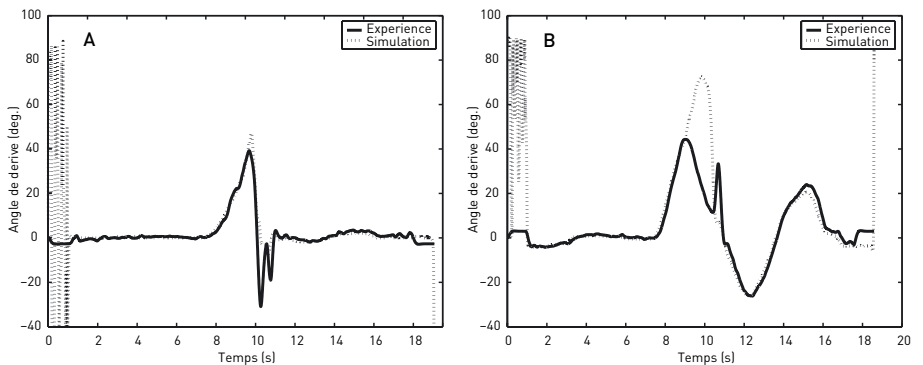
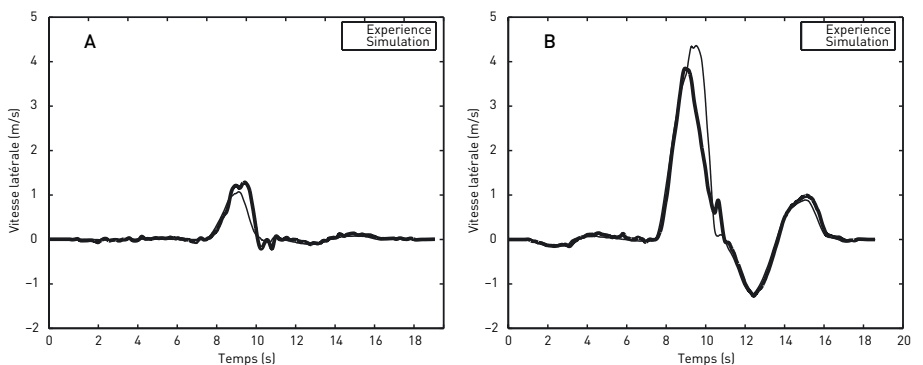


FIGURE 14

Comparaison entre les vitesses latérales simulées et mesurées. A : vitesse latérale au niveau du capteur V1. B : vitesse latérale au niveau du capteur V2  
 Comparison between measured and simulated lateral velocities

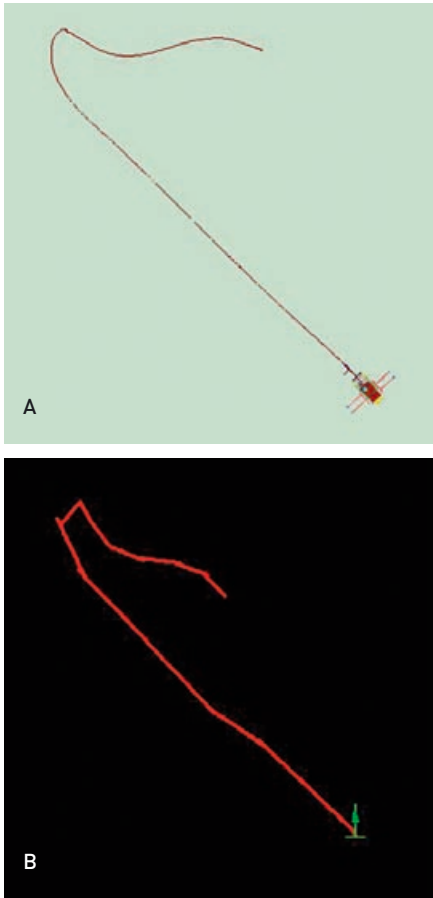


mesures et les calculs est excellente pour les deux courbes. Deux zones présentent néanmoins des écarts, à savoir sur la première seconde de chaque courbe et sur une durée d'environ 1,1 secondes sur la courbe de la Figure 13.B entre les instants  $t_1 = 9$  s et  $t_2 = 10,1$  s. La mauvaise corres-

pondance calculs/mesures observée sur la première seconde provient directement du calcul de l'angle de dérive. En effet, à vitesse faible et en ligne droite, le vecteur vitesse n'a qu'une composante longitudinale colinéaire à l'axe longitudinal du pneumatique. Le calcul

**FIGURE 15**

Comparaison entre les trajectoires calculées (A) et mesurées (B)  
 Comparison between calculated (A) and measured (B) trajectories

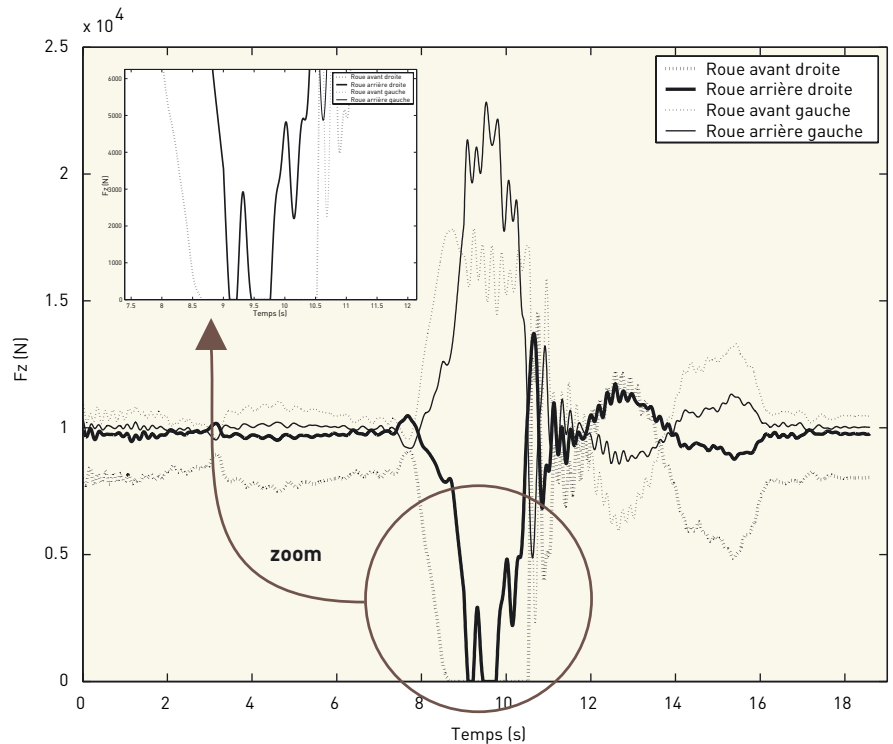


de l'angle de dérive donne alors des valeurs qui varient d'abord entre  $-90$  et  $+90^\circ$  le temps que le calcul se stabilise, puis autour d'une valeur voisine de zéro (oscillations numériques). La mauvaise corrélation des signaux entre les temps  $t_1$  et  $t_2$  s'explique par les limites du capteur de vitesse. En effet, celui-ci ne permet la mesure que pour des angles de dérive compris entre  $\pm 40^\circ$ , limite atteinte au cours de cet essai à l'instant  $t_1$ . A l'aide du modèle, il est possible de déterminer la valeur maximum de l'angle de dérive atteint à l'arrière au centre du chariot lors de cet essai, soit  $72,5^\circ$  au temps  $t_3 = 9,8$  s. Cela signifie qu'un glissement important intervient à l'arrière du chariot dans cette phase du virage. Au même instant, au niveau de la roue avant-droite, l'angle de dérive est de  $34,3^\circ$ .

La Figure 14 présente les comparaisons en termes de vitesses latérales mesurées aux mêmes points que pour les angles de dérive. La correspondance calculs/mesures est bonne. Le décalage observé sur la Figure 14.B s'explique,

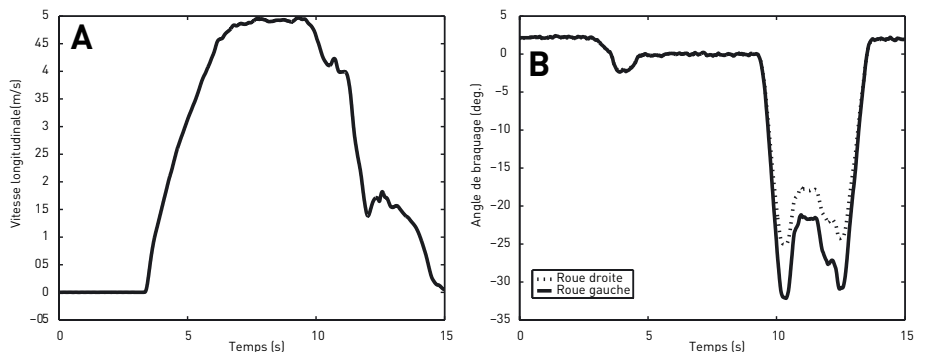
**FIGURE 16**

Distribution des efforts verticaux  $F_z$  sur les 4 roues du chariot élévateur au cours de l'essai (calculés)  
 Distribution of vertical loads  $F_z$  on 4 forklift truck wheels during test (calculation)



**FIGURE 17**

Données d'entrée utilisées par le modèle pour simuler un virage en J large. A : vitesse longitudinale. B : angle de braquage  
 Inputs used by model to simulate a wide J-turn  
 A: longitudinal velocity. B: steering angle



comme précédemment, par les limites du capteur de vitesse. La Figure 14.A montre que la simulation sous-estime légèrement l'amplitude de la vitesse latérale sur la roue avant droite du chariot.

La trajectoire mesurée par l'antenne positionnée au-dessus du toit du chariot peut être comparée à la trajectoire calculée (cf. Figure 15). Au cours de cet essai, la disponibilité des satellites n'était pas optimale, ce qui explique que la trajectoire mesurée n'est pas très précise et qu'elle apparaisse un peu saccadée. Néanmoins, le calcul de la trajectoire est relativement proche de la mesure.

A partir du modèle, il est possible de confirmer que les roues intérieures au virage décollent au cours de l'essai (observé à l'aide des caméras vidéos). C'est d'abord la roue avant-droite qui quitte le sol au temps  $t = 8,65$  s pour reprendre contact à  $t = 10,5$  s (cf. Figure 16). A  $t = 9,18$  s, la roue arrière droite décolle aussi légèrement mais reprend contact avec le sol rapidement puisque cela ne dure que  $0,1$  s. Une nouvelle perte de contact intervient à  $t = 9,5$  s. pour une durée de  $0,3$  s.

Cette première configuration d'essai a permis d'effectuer des comparaisons mesures/calculs et de montrer que, non



FIGURE 18

Comparaison entre la mesure et la simulation des accélérations latérales du chariot. A : accélération au niveau du capteur A1  
B : accélération au niveau du capteur A2. C : accélération au niveau du capteur A3  
Comparison between measured and simulated lateral accelerations of forklift truck  
A: acceleration at A1 sensor. B: acceleration at A2 sensor. C: acceleration at A3 sensor

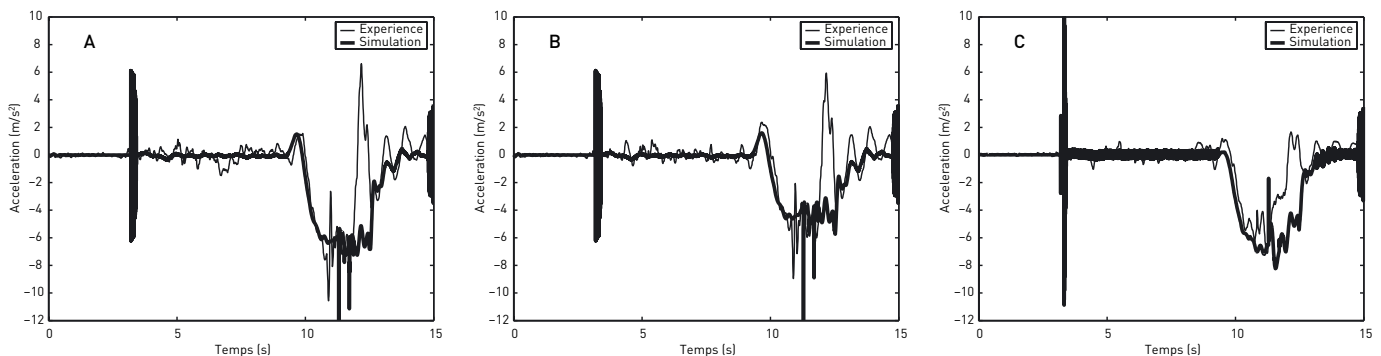


FIGURE 19

Comparaison entre les angles de dérive simulés et mesurés. A : angle de dérive au niveau du capteur V1. B : angle de dérive au niveau du capteur V2  
Comparison between measured and simulated slip angles  
A: slip angle at V1 sensor. B: slip angle at V2 sensor

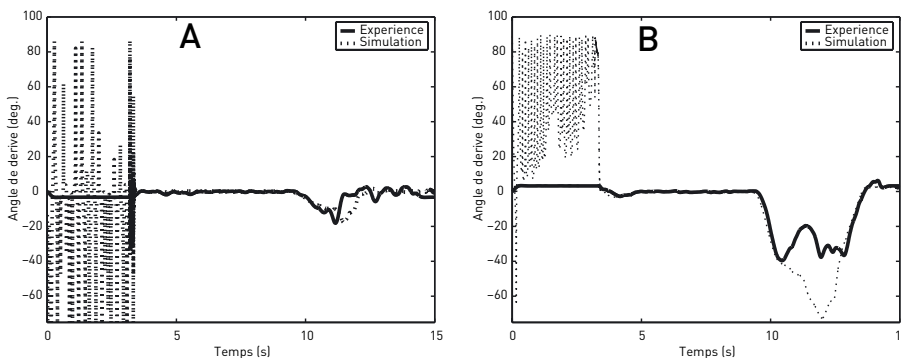
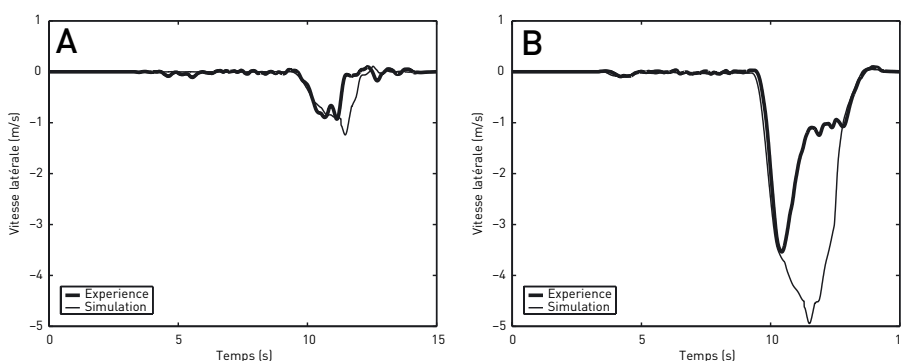


FIGURE 20

Comparaison entre les vitesses latérales simulées et mesurées. A : vitesse latérale au niveau du capteur V1. B : vitesse latérale au niveau du capteur V2  
Comparison between measured and simulated lateral velocities. A: lateral velocity at V1 sensor. B: lateral velocity at V2 sensor



seulement le modèle recalé traduisait correctement le comportement global du chariot mais, aussi, permettait de retrouver les valeurs de grandeurs caractéristiques dynamiques du véhicule (accélérations, angles de dérive, vitesses et trajectoires). De plus, le modèle est suffisamment fin pour simuler le léger basculement du chariot avec perte de contact des deux roues intérieures au virage.

### VIRAGE LARGE A GAUCHE AVEC RENVERSEMENT PARTIEL

Le second essai utilisé pour comparer les mesures aux calculs est une phase de circulation en virage large (vitesse de braquage lente) à vitesse maximum (pédale d'accélérateur maintenue enfoncée). Le chariot élévateur est équipé de pneumatiques gonflés, le mât est vertical et le

tablier porte fourche est positionné à 180 cm du sol (configuration 1 - voir chapitre « Caractéristiques du chariot d'essai de l'INRS »). L'essieu arrière oscillant est libre (configuration standard du chariot).

La Figure 17 précise les données mesurées qui ont servi d'entrées au modèle.

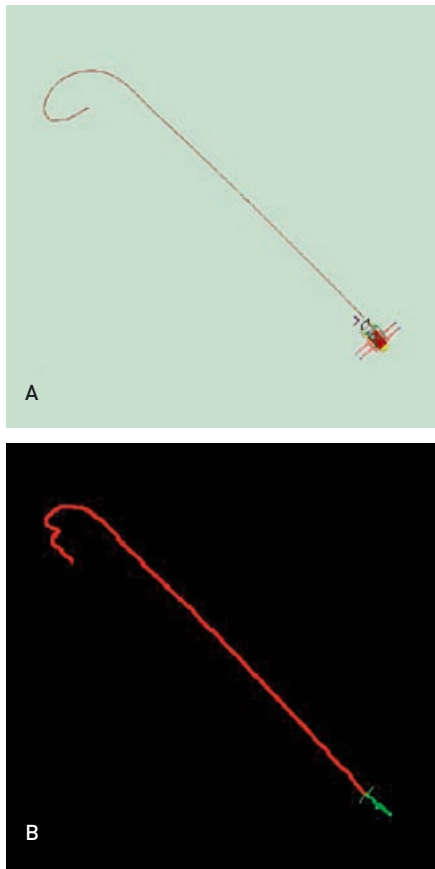
Au cours de cet essai, le chariot est monté progressivement jusqu'à sa vitesse maximum de 5 m/s (soit 18 km/h) que le conducteur a maintenue jusqu'à l'entrée dans le virage. Le braquage à un angle moyen d'environ  $-30^\circ$  est conservé pendant presque 3 secondes. Lors de cet essai, le chariot débute un basculement au milieu du virage puis se rétablit sur ses 4 roues après que les roulettes des béquilles ont touché le sol. Le renversement partiel est alors d'environ  $10^\circ$ .

La Figure 18 montre les comparaisons entre les accélérations mesurées et calculées. La corrélation entre les calculs et les mesures est très bonne à l'exception du pic d'accélération au temps  $t = 12,2$  s qui traduit le retour du chariot sur ces roues. A noter que ce pic est très prononcé sur les deux signaux d'accélération acquis à l'arrière du chariot, au niveau du contre-poids, comparé au signal mesuré à l'avant. Le modèle ne simule pas cet événement sans doute lié aux différences de répartition des masses entre le modèle et le chariot réel. Les oscillations à la fin de l'essai correspondent au balancement droite-gauche à la suite du retour du chariot sur ses roues.

La Figure 19 illustre les comparaisons effectuées concernant les angles de dérive à l'arrière centre du chariot et au niveau de la roue avant-droite. Sur la Figure 19.A, le modèle donne correctement l'amplitude de l'angle de dérive mais un léger décalage entre la mesure et le calcul est à noter lors de la sortie du virage. Sur la Figure 19.B, entre les

**FIGURE 21**

Comparaison entre les trajectoires calculée (A) et mesurée (B)  
Comparison between calculated (A) and measured (B) trajectories



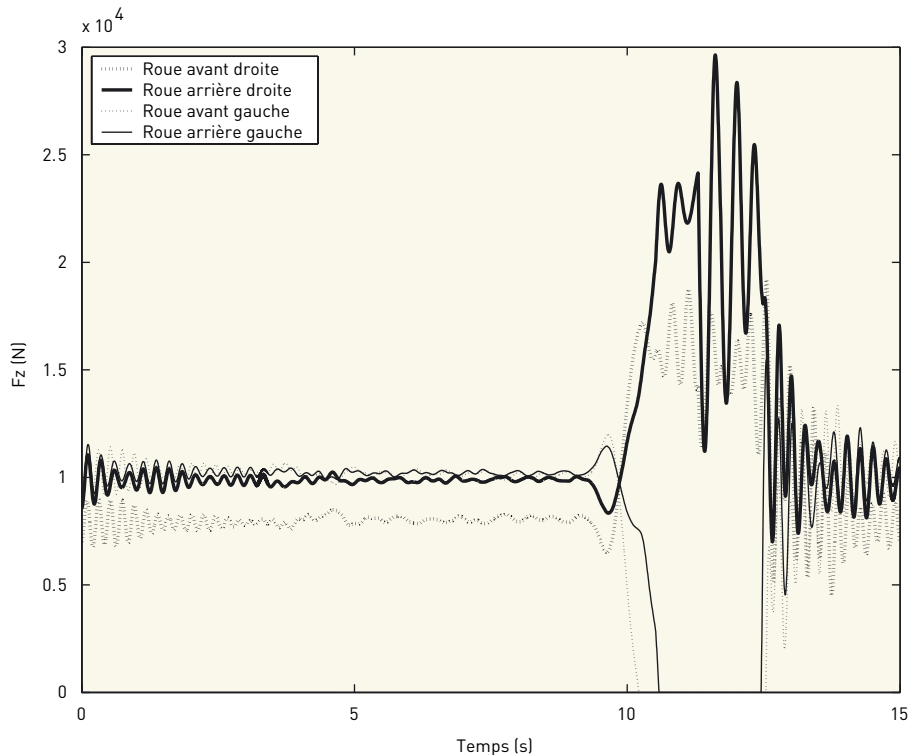
instants  $t_1=10,5$  s. et  $t_2=13$  s. les limites du capteur sont atteintes puisque l'angle de dérive dépasse la valeur de  $-40^\circ$ . De plus, dans cette phase d'essai, le chariot est incliné d'environ  $10^\circ$ . Les données alors fournies par le capteur ne sont valables que pour une inclinaison maximale de  $5^\circ$ . Ces éléments expliquent le décalage observé entre les deux courbes de la Figure 19. En dehors de cette zone, la correspondance mesures/calculs est excellente. L'angle de dérive maximum atteint dans le virage est de  $72^\circ$  (calculé avec le modèle).

La comparaison des évolutions de la vitesse latérale à l'avant droit et à l'arrière centre du chariot est présentée sur la Figure 20. Les courbes montrent une très bonne corrélation entre la simulation et la mesure. Le décalage observé sur la Figure 20.B est toujours lié aux limites du capteur de vitesse, comme expliqué précédemment.

Les trajectoires calculée et mesurée sont reportées sur la Figure 21. Pour cet essai, la précision maximale a été obtenue lors de la mesure GPS de la trajec-

**FIGURE 22**

Distribution des efforts verticaux  $F_z$  sur les 4 roues du chariot élévateur au cours de l'essai (calculés)  
Distribution of vertical loads  $F_z$  on 4 forklift truck wheels during test (calculation)



toire. Le modèle donne une trajectoire un peu différente en fin de parcours, du fait de la modélisation simpliste effectuée concernant la gestion de l'impact des roulettes des béquilles sur le sol. En conséquence, le chariot a tendance à tourner plus autour de la roulette de la béquille que dans la réalité. Ceci pourrait être amélioré en étudiant plus particulièrement les caractéristiques d'adhérence et de raideur verticale des roulettes des béquilles, mais sort du cadre de notre étude.

La Figure 22 montre clairement que les roues gauches intérieures au virage ont décollé du sol. La roue avant-gauche perd contact avec le sol durant 2,3 secondes. Comme observé sur les vidéos prises au cours de l'essai, le modèle simule d'abord le décollement de la roue avant-gauche puis celui de la roue arrière-gauche.

Cette situation de circulation a permis de comparer les résultats obtenus avec le modèle au comportement réel du chariot lors d'un renversement partiel jusqu'à environ  $10^\circ$ . Les corrélations calculs/mesures sont bonnes ainsi que l'estimation des amplitudes des grandeurs caractéristiques. Néanmoins, pour certains signaux, un décalage dans le temps est observé. Ce dernier est principalement lié aux hypothèses faites

sur le modèle de pneumatique.

Pour des conditions de circulation identiques mais en modifiant le modèle de chariot de manière à supprimer les béquilles, la prédiction du comportement du véhicule conduit au renversement complet du chariot. Le temps de renversement de l'engin est alors estimé à 1,3 seconde, ce qui correspond à l'ordre de grandeur des valeurs publiées [26, 27].

## SYNTHESE DES RESULTATS POUR LES AUTRES ESSAIS - DISCUSSION

Concernant les nombreuses autres situations de conduite réalisées lors de cette campagne d'essais et des comparaisons calculs/mesures qui en ont découlées, les conclusions suivantes ont pu être établies :

- Quelque soit la configuration de circulation sur trajectoire circulaire ou slalom (pneumatiques pleins ou gonflés, vitesse d'avancement moyenne ou rapide, marche avant ou arrière, gauche ou droite, essieu arrière bloqué ou libre), la corrélation calculs/mesures obtenue

était bonne ou très bonne. Cela implique un niveau de confiance élevé lorsque le modèle est utilisé dans des situations de régime stationnaire.

- Quelque soit la configuration de circulation en virage en J large (pneumatiques pleins ou gonflés, vitesse d'avancement moyenne ou rapide, marche avant ou arrière, gauche ou droite, essieu arrière bloqué ou libre, mât vertical ou incliné vers l'avant de 6°, tablier porte fourche à 30 cm ou à 180 cm du sol), la corrélation calculs/mesures obtenue était bonne ou très bonne. Cela implique un niveau de confiance élevé lorsque le modèle est utilisé pour simuler des phases de conduite transitoires où le braquage est modéré (i.e vitesse de braquage  $\leq 45^\circ/s$  pour la roue intérieure au virage) ou, exprimé différemment, si le modèle est utilisé lors de phases à variations d'accélération longitudinale modérées.

- Toutes les situations ayant conduit à un renversement partiel ont été correctement simulées par le modèle sauf un calcul qui a divergé. Cela implique un niveau de confiance élevé dans le modèle pour déterminer si, pour une situation de circulation donnée, le chariot se renverse complètement, partiellement ou pas du tout.

- Quelque soit la configuration de circulation en virage en J serré (pneumatiques pleins ou gonflés, vitesse d'avancement moyenne ou rapide, marche avant ou arrière, gauche ou droite, essieu arrière bloqué ou libre, mât vertical ou incliné vers l'avant de 6°, tablier porte fourche à 30 cm ou à 180 cm du sol), la corrélation calculs/mesures obtenue était moyenne ou mauvaise. Cela implique un niveau de confiance faible lorsque le modèle est utilisé pour simuler des phases de conduite transitoires où le braquage est rapide (i.e vitesse de braquage  $> 45^\circ/s$  de la roue intérieure au virage) ou, exprimé différemment, si le modèle est utilisé lors de phases où les variations de l'accélération longitudinale sont importantes.

En complément de ces essais, des configurations de circulation à vitesse faible et moyenne ont été réalisées avec le chariot sans ses béquilles. De la même manière, des comparaisons calculs/mesures ont été effectuées au cours de trajectoires en virage en J, de type chicane ou libres. Les corrélations obtenues dans ces conditions sont bonnes ou très bonnes, confirmant la validité du modèle de chariot.

L'étude [12] avait spécifié, à partir d'un premier modèle de chariot à 3 ou 4 roues, que plus le braquage des roues était rapide plus les conditions étaient favorables au renversement de la machine. Nos investigations ont montré, expérimentalement ou grâce au modèle, que les conditions d'un renversement sont multifactorielles et que les pneumatiques sont un paramètre prépondérant de la stabilité du chariot. En effet, pour des consignes de circulation identiques données au conducteur, il est apparu que le renversement se produisait plus favorablement lors de virages larges (vitesse de braquage modérée) avec pneumatiques gonflés qu'avec les pneumatiques pleins. Par contre, pour les circulations en virage serrés (vitesse de braquage élevée), les renversements se produisaient plus facilement avec les pneumatiques pleins qu'avec les pneumatiques gonflés. Ceci illustre bien le fait que le paramètre «vitesse de braquage» ne peut pas être analysé indépendamment des pneumatiques et que les conclusions peuvent changer en fonction des caractéristiques de ces derniers. A titre d'exemple, les résultats de la simulation présentés au chapitre «Virage large à gauche avec renversement partiel» 0 sont complètement différents si les calculs sont menés avec le jeu de données correspondant aux pneumatiques pleins. En effet, pour des conditions de circulation strictement identiques et pour le chariot équipé de ses béquilles, ce dernier a tendance à glisser davantage dans le virage et donc il ne se renverse pas. Seule la roue avant intérieure décolle au cours du virage alors que le chariot se renverse avec les pneumatiques gonflés.

Le modèle ainsi que les essais ont aussi permis de conforter les effets connus de deux autres paramètres, à savoir, celui de la position du tablier porte fourche et celui de l'essieu arrière oscillant. Concernant la position du tablier porte fourche, aucun des essais réalisés avec le tablier positionné à 30 cm du sol n'a conduit au renversement du chariot et ce, quelque soit la configuration de circulation. Ceci confirme que plus la position du centre de gravité du chariot est basse, plus le chariot est stable latéralement (déplacer le tablier porte fourche de 180 à 30 cm du sol abaisse de 11 cm le centre de gravité global du chariot).

Pour toutes les configurations testées avec le pivot de l'essieu arrière oscillant bloqué, aucun renversement n'a été obtenu. Le passage d'un triangle de stabilité (constitué des 2 points de

contact au sol des roues avant et du point de pivot de l'essieu arrière oscillant) à un quadrilatère de stabilité (constitué des 2 points de contact au sol des roues arrière en plus de ceux des roues avant), améliore sensiblement la stabilité de la machine. Les conditions de circulation exposées au chapitre « Virage large à gauche avec renversement partiel » ont été reprises et les calculs effectués soit avec le tablier porte fourche à 30 cm soit avec l'essieu arrière bloqué (tous les autres paramètres restent inchangés). Dans les deux cas, le chariot ne se renverse pas.

## CONCLUSION - PERSPECTIVES

L'INRS (Institut National de Recherche et de Sécurité) est impliqué, depuis plus de 4 ans, dans un projet dont le but est la réduction des accidents liés à l'utilisation des chariots élévateurs (8 300 accidents en moyenne par an dont 10 décès). Pour parvenir à cet objectif, le développement d'un modèle numérique de chariot élévateur a été entrepris. Ce modèle doit servir à la mise au point d'un outil d'aide à la conception de machines plus sûres, à l'élaboration d'un nouveau code d'essai normalisé ainsi qu'à l'amélioration du contenu des formations pour les caristes.

Cet article a présenté la modélisation et la validation du modèle numérique de chariot élévateur. Ce modèle a été développé, à partir d'un logiciel de corps rigides du commerce, pour simuler des phases de circulation classique (prise de virage à droite et à gauche, marche avant et marche arrière, trajectoire slalom, trajectoire circulaire, etc.) mais aussi pour prédire des phases de comportement critique, tel que le renversement latéral de la machine. Le modèle devait aussi permettre une meilleure compréhension du comportement de ce véhicule afin d'améliorer sa stabilité et les conditions de sécurité des conducteurs.

Le modèle de Pacejka a été utilisé pour calculer les forces et moments d'interaction entre les pneumatiques et le sol. Des mesures, effectuées en laboratoire sur deux types de pneumatiques (pleins ou gonflés), ont été utilisées pour identifier les paramètres de ce modèle.

Pour valider le modèle, un chariot élévateur réel de 3,5 tonnes a été sécuri-

sé à l'aide de béquilles latérales et utilisé dans différentes situations de conduite avec la possibilité d'effectuer des basculements latéraux partiels de l'engin jusqu'à un angle de 15°. Des trajectoires en virage en J, circulaires et slaloms ont été expérimentées, en faisant varier plusieurs paramètres du chariot (nature des pneumatiques, inclinaison du mât, hauteur du tablier porte fourche, essieu arrière oscillant libre ou bloqué) et de circulation (vitesse, sens de marche, direction, vitesse de braquage).

A partir de deux situations de conduite en régime non stationnaire, des comparaisons sont effectuées entre des grandeurs caractéristiques mesurées sur le chariot et celles calculées avec le modèle. Ce dernier donne de bons résultats et permet de simuler, avec un niveau de confiance élevé, la plupart des situations de conduite à l'exception des situations où de fortes variations d'accélération sont obtenues. En effet, la limitation du modèle de pneumatique à un modèle de Pacejka latéral implique que le couplage entre les efforts longitudinaux et latéraux n'a pu être intégré

au modèle. De ce fait, les situations en virage très serré ne peuvent donc pas être correctement simulés. En revanche, la simulation de phases de circulation le long d'une trajectoire circulaire, slalom ou en virage en J large est correctement effectuée par le modèle, que ce soit avec ou sans renversement partiel.

Le fruit de ce travail a d'ores et déjà été utilisé dans le cadre de l'élaboration d'une part, d'un nouveau code d'essai dynamique de stabilité et, d'autre part, d'un prototype de simulateur de conduite de chariot. Une nouvelle norme est, en effet, en cours d'élaboration (groupe de normalisation CEN/TC 150/WG11) et doit aboutir à la construction d'un test dynamique mettant en évidence le niveau de stabilité des engins du marché. Le modèle a été utilisé pour mener une analyse paramétrique et juger ainsi de l'influence de la présence des béquilles, de la position du tablier porte fourche, de la nature des pneumatiques et de la nature de la trajectoire sur le résultat du test.

Concernant le simulateur de conduite, le modèle physique de chariot a été pro-

grammé en langage Delphi (turbo pascal objet Borland®) OpenGL et interfacé avec trois leviers de commandes, un volant et des pédales de manière à interagir en temps réel avec un utilisateur. Les paramètres physiques des pneumatiques sont modifiables (pleins ou gonflés). Outre la physique de tenue de route, la gestion des collisions est prise en compte et il est possible de déplacer et transporter des charges virtuelles. Des premiers essais ont été réalisés avec une double projection simultanée sur un écran placé à l'avant du poste de conduite et un écran à l'arrière. Il reste maintenant à décliner, en fonction des objectifs pédagogiques visés par les organismes de formation, des scénarios qui permettront de sensibiliser les futurs conducteurs aux risques de renversement.

Reçu le : 23/01/2007

Révisé le : 12/03/07

Accepté le : 05/04/2007



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BASTIDE J.C. Les statistiques technologiques 1996. Travail et Sécurité. Juillet 1998. N°7-8, pp. 44-51.
- [2] TISSOT C. 1998. EPICEA - Une base de données qualitatives sur les accidents du travail. Travail et Sécurité. Octobre 1998. N° 10, pp. 42-47.
- [3] CHALMER A. 1985. An examination of seat belt acceptance by forklift truck operator. Institute for Advanced Safety Studies. Industrial truck Division Niles, IL.
- [4] ENTWHISTLE F., MOFFATT E.A. 1992. Lift truck overturn safety. American Society of mechanical Engineers. 92-WA/SAF-1. New York. 11 p.
- [5] Chariots de manutention - vérification de la stabilité - Partie 1 : Généralités. ISO 22915-1.
- [6] Chariots de manutention - vérification de la stabilité - Partie 2 : Chariots travaillant en porte-à-faux à mât. ISO 22915-2.
- [7] Chariots de manutention - vérification de la stabilité - Partie 3 : Chariots à mât ou à fourche rétractable et chariot à fourche entre longerons. ISO 22915-3.
- [8] Safety of industrial truck. Self-propelled variable reach truck. EN 1459. December 1999.
- [9] Safety of industrial trucks. Self-propelled trucks to and including 10 000 kg capacity and industrial tractor with a drawbar pull up and including 20 000 N. Part 1 - General requirements. EN 1726-1. May 1999.
- [10] KOUTCHOUK M., GOU M., BENOIT R., OLTEANU M., AUBIN C. É., 2002. Modelling of safety systems to improve driver's safety during lift truck lateral tipovers. In *SAE/VDI Digital Human Modelling Conference (June 18-20, 2002 : Munich, Germany)*.
- [11] GOU M., AUBI C.É., OLTEANU M., BENOIT R., KOUTCHOUK M., 2003. Modélisation d'un chariot élévateur et de son cariste pour améliorer la sécurité lors de renversements latéraux. Études et recherches / Rapport R-322, 2003, 40 pages. [http://www.irsst.qc.ca/fr/\\_publicationirsst\\_865.html](http://www.irsst.qc.ca/fr/_publicationirsst_865.html)
- [12] HSE report. 2004. Development of theoretical model for simulating FLT overturn. Rate of steering response - Fixed geometry vehicle. Research report 291. Available at <http://www.hse.gov.uk/research/rrhtm/rr291.htm>
- [13] HSE report. 2006. Fork lift truck validation and trials. Research report 456. Available at <http://www.hse.gov.uk/research/rrhtm/rr456.htm>
- [14] BIERMANN T., February 2003. Overturning simulation of a counterbalanced lift truck. 8th Meeting of CEN/TC150/WG11, Hamburg. Reference CEN/TC150/WG11/N119.
- [15] RODDEN, B.E., BOWEN, J.T. AND REICHERT, J.K., 1983. An Algorithm for determining the Head Injury Criterion (HIC) from records of head acceleration. SAE paper 830469.
- [16] SAKAI, H., KANAYA, O., AND IJIMA, H., 1979. Effect of main factors on dynamic properties of motorcycle tyres. SAE paper 790259.
- [17] YEH E. C., LEE N. H., LINT Y., HO D. K., 1994. Handling analysis of automobiles travelling in jack-up attitude. Vehicle System Dynamics, Vol.23, No. SUPPL, pp.566-577.
- [18] RAPPEN J., 1988. Eigenschaften kleiner Industriereifen insbesondere im Hinblick auf Kipp- und Fahrstabilität von Gabelstaplern. Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz. Fb 554.
- [19] GIM G., 1988. Vehicle dynamic simulation with a comprehensive model for pneumatic tires. PhD Thesis, University of Arizona, USA, 1988.
- [20] LEMERLE P., MISTROT P., 2001. Parametrical study of the tire properties to optimise the vibratory behaviour of a forklift truck. Notes Scientifiques et Techniques de l'INRS. NST 207. 98 p. July 2001.
- [21] BAKKER E., NYBORG L., PACEJKA, H.B., 1987. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. SAE paper n°870421.
- [22] PACEJKA H. B., 2002. Tyre and vehicle dynamics. Butterworth Heinemann. 627 p.
- [23] PORCEL A., 2003. Contribution à la commande multivariable des systèmes complexes rapides, instables ou pseudostables. Application au contrôle de stabilité de véhicules par approches « 12 forces ». PhD thesis. Université de Haute-Alsace. France.
- [24] MILLIKEN W.F., MILLIKEN D.L., 1995. Race car dynamics. SAE, Warrendale.
- [25] AROSIO D., BRAGHIN F., CHELI F., SABBIONI, E., 2005. Identification of Pacejka's scaling factors from full-scale experimental tests. Vehicle System Dynamics. Vol 43, Supplement, pp. 457-474.
- [26] JOHNSON J., 1988. Operator restraint development. Reduction of operator injuries from lift truck tip over and loading dock incidents. Hyster Compagny. Engineering Test Report No B-85-33. ~ 340 p.
- [27] Institute for Advanced Safety Studies (IASS), 1986. Effects of operator restraint on measured head impacts during lateral overturns of forklift trucks. Industrial Truck Division. Niles, Illinois, US

## FORMULATIONS DU MODÈLE DE PACEJKA UTILISÉES DANS L'ARTICLE

$$dF_z = \frac{F_z - F_{z0}}{F_{z0}} \quad \text{où } F_{z0} \text{ est le chargement nominal du pneumatique (N).}$$

$R_0$  est le rayon du pneumatique non chargé (m)

$\alpha$  est l'angle de dérive (rd)

$F_z$  est le chargement vertical appliqué sur le pneumatique (N)

$\gamma$  est l'angle de carrossage (rd)

### Force latérale

$$F_y(\alpha, F_z, \gamma) = D_y \sin \left[ C_y \arctan \left\{ B_y \alpha_y - E_y \left( B_y \alpha_y - \arctan(B_y \alpha_y) \right) \right\} \right] + S_{Hy}$$

$$\alpha_y = \alpha + S_{Hy}$$

$$C_y = p_{Cy1}$$

$$D_y = (p_{Dy1} + p_{Dy2} dF_z) (1 - p_{Dy3} \gamma^2) F_z$$

$$E_y = (p_{Ey1} + p_{Ey2} dF_z) (1 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \gamma) \operatorname{sgn}(\alpha_y)) \leq 1$$

$$K_y = p_{ky1} F_{z0} \sin \left[ 2 \arctan \left( \frac{F_z}{p_{ky2} F_{z0}} \right) \right] (1 - p_{ky3} |\gamma|)$$

$$B_y = \frac{K_y}{C_y D_y}$$

$$S_{Hy} = p_{Hy1} + p_{Hy2} dF_z + p_{Hy3} \gamma$$

$$S_{Hy} = F_z (p_{Hy1} + p_{Hy2} dF_z + (p_{Hy3} + p_{Hy3} dF_z) \gamma)$$

Les 18 paramètres  $P_i$  doivent être identifiés.

### Moment d'auto-alignement $M_z$

$$M_z(\alpha_r, F_z, \gamma) = -t F_y + M_{zr}$$

$$t = D_t \cos \left[ C_t \arctan \left\{ B_t \alpha_t - E_t \left( B_t \alpha_t - \arctan(B_t \alpha_t) \right) \right\} \right] \cos \alpha$$

$$\alpha_t = \alpha + S_{Ht} \quad \text{avec } S_{Ht} = q_{Hz1} + q_{Hz2} dF_z + (q_{Hz3} + q_{Hz4} dF_z) \gamma$$

$$M_{zr} = D_r \cos \left[ \arctan(B_r \alpha_r) \right] \cos \alpha$$

$$\alpha_r = \alpha + S_{Hr} \quad \text{avec } S_{Hr} = S_{Hy} + \frac{S_{vy}}{K_y}$$

$$B_t = (q_{Bz1} + q_{Bz2} dF_z + q_{Bz3} dF_z^2) (1 + q_{Bz4} \gamma + q_{Bz5} |\gamma|)$$

$$C_t = q_{Cz1}$$

$$D_t = F_z (q_{Dz1} + q_{Dz2} dF_z) (1 + q_{Dz3} \gamma + q_{Dz4} \gamma^2) \frac{R_0}{F_{z0}}$$

$$E_t = (q_{Ez1} + q_{Ez2} dF_z + q_{Ez3} dF_z^2) \left( 1 + (q_{Ez4} + q_{Ez5} \gamma) \frac{2}{\pi} \arctan(B_t C_t \alpha_t) \right) \leq 1$$

$$B_r = q_{Bz9} + q_{Bz10} B_r C_y$$

$$D_r = F_z (q_{Dz6} + q_{Dz7} dF_z + (q_{Dz8} + q_{Dz9} dF_z) \gamma) R_0$$

Les 25 paramètres  $q_{sxi}$  doivent être identifiés.

### Moment de renversement $M_x$

$$M_x(\alpha, F_z) = -F_z (Y_1 + Y_2) + \underbrace{(q_{sx7} + q_{sx8} F_z) F_z}_{\text{Terme ajouté par J. Rebelle}}$$

$$Y_1 = R_0 q_{sx1} \frac{F_y}{F_{z0}}$$

$$Y_2 = -R_0 q_{sx2} \cos \left( q_{sx3} \arctan \left( q_{sx4} \frac{F_z}{F_{z0}} \right)^2 \right) \sin \left( q_{sx5} \arctan \left( q_{sx6} \frac{F_y}{F_{z0}} \right) \right)$$

Les 8 paramètres  $q_{sxi}$  doivent être identifiés.